

**WYPEŁNIA ZDAJĄCY**

**KOD**

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|

**PESEL**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

**Miejsce na naklejkę.**

Sprawdź, czy kod na naklejce to

**E-100.**

Jeżeli tak – przyklej naklejkę.  
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

# EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

## POZIOM ROZSZERZONY

DATA: **11 maja 2021 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

**WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

- ☐ dostosowania zasad oceniania
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę.



EMAP-R0-**100**-2105

### Instrukcja dla zdającego

- Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 27 stron (zadania 1–15).  
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
- Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
- Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
- Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
- Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
- W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
- Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
- Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
- Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
- Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
- Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

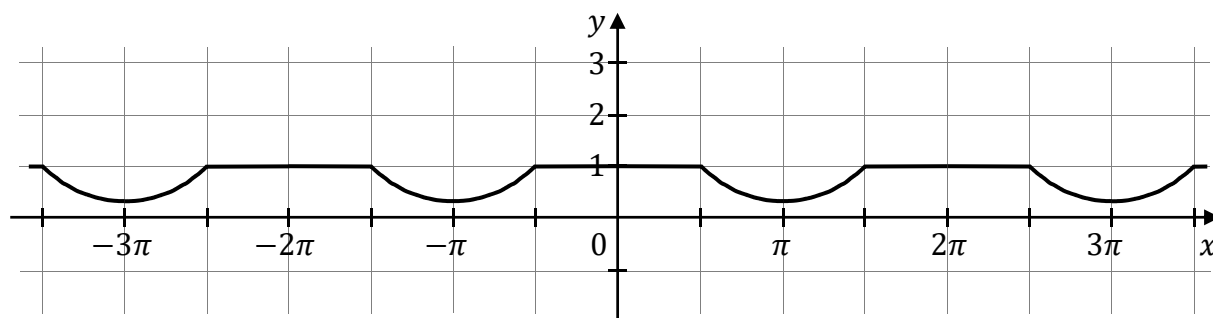
### Zadanie 1. (0–1)

Różnica  $\cos^2 165^\circ - \sin^2 165^\circ$  jest równa

- A.  $-1$                       B.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$                       C.  $-\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

### Zadanie 2. (0–1)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji  $f$  określonej dla każdej liczby rzeczywistej  $x$ .



Jeden spośród podanych poniżej wzorów jest wzorem tej funkcji. Wskaż wzór funkcji  $f$ .

- A.  $f(x) = \frac{\cos x + 1}{|\cos x| + 1}$   
 B.  $f(x) = \frac{\sin x + 1}{|\sin x| + 1}$   
 C.  $f(x) = \frac{|\cos x| - 2}{\cos x - 2}$   
 D.  $f(x) = \frac{|\sin x| - 2}{\sin x - 2}$

### Zadanie 3. (0–1)

Wielomian  $W(x) = x^4 + 81$  jest podzielny przez

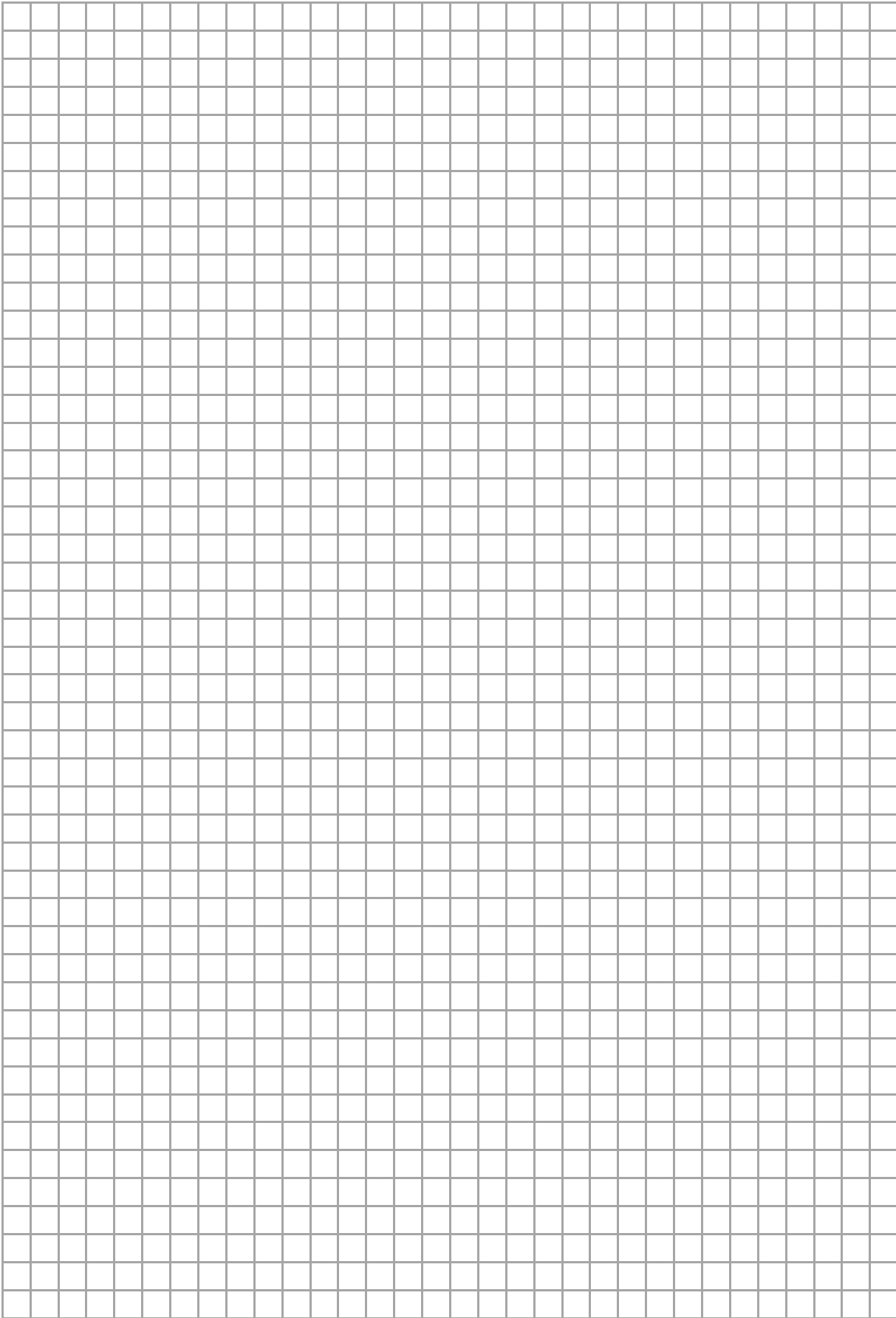
- A.  $x - 3$                       B.  $x^2 + 9$                       C.  $x^2 - 3\sqrt{2}x + 9$                       D.  $x^2 + 3\sqrt{2}x - 9$

### Zadanie 4. (0–1)

Liczba różnych pierwiastków równania  $3x + |x - 4| = 0$  jest równa

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**

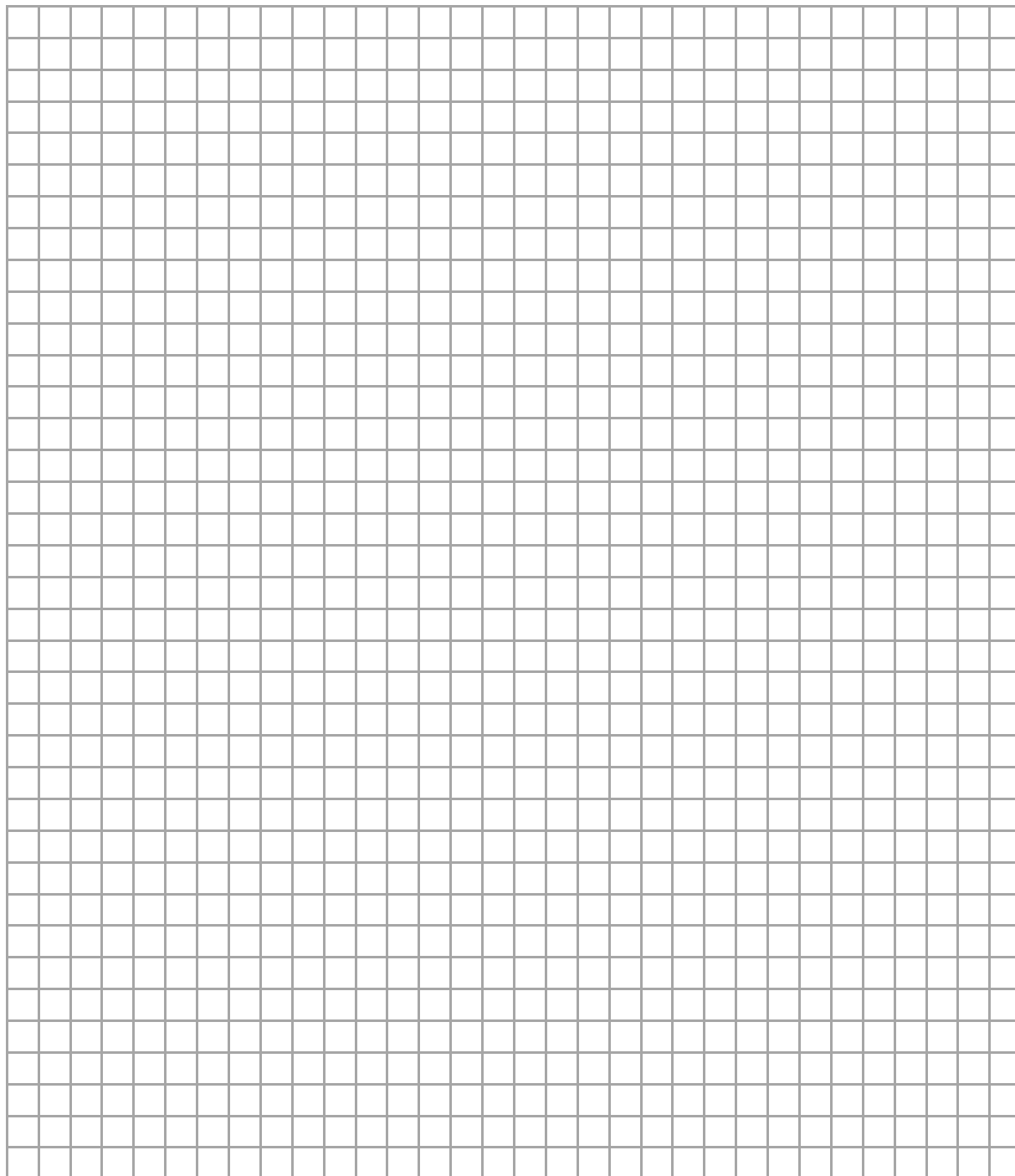


**Zadanie 5. (0–2)**

Oblicz granicę  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n+2)^2 - (1-2n)^2}{(2n-1)^2}$ .

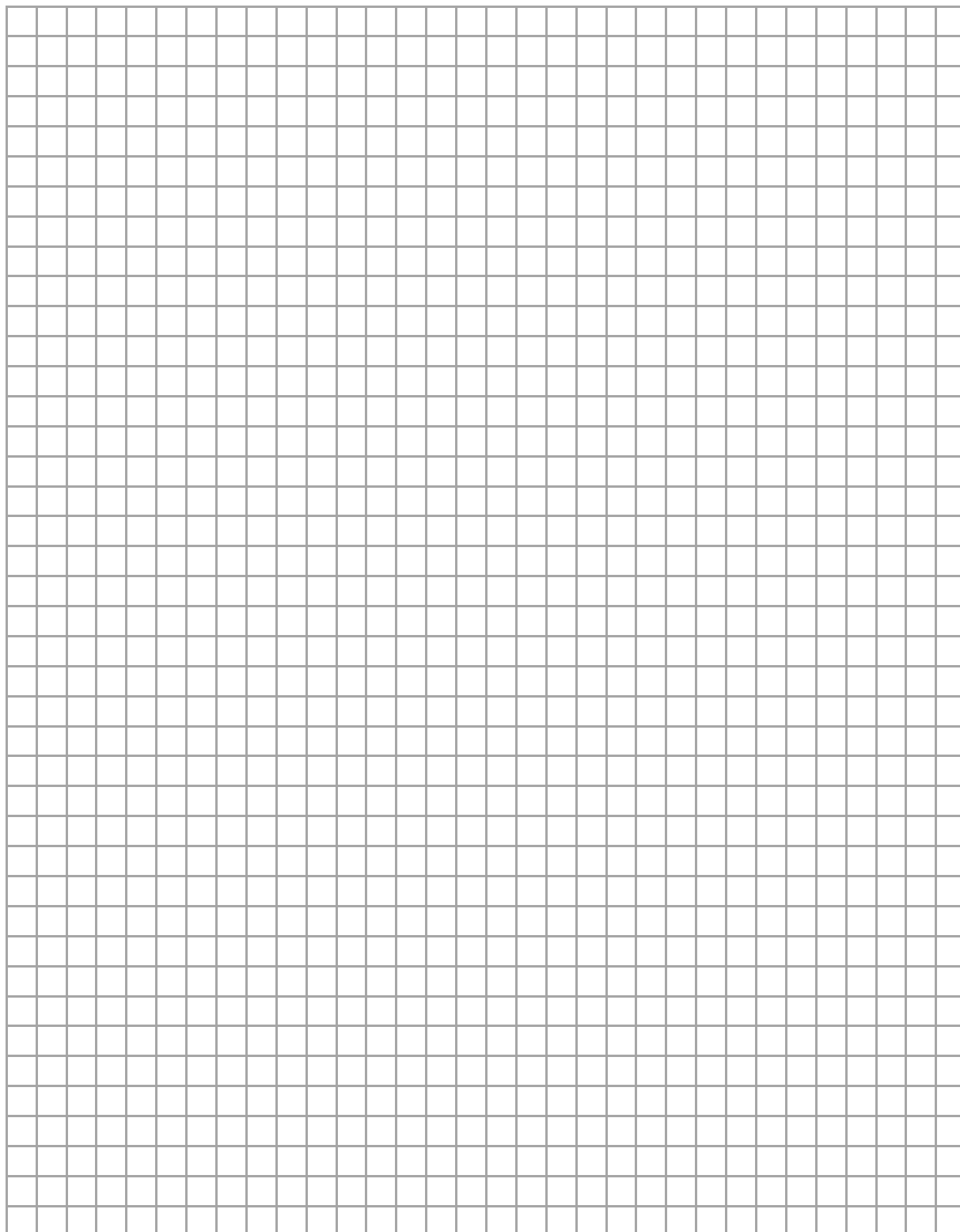
W poniższe kratki wpisz kolejno – od lewej do prawej – cyfrę jedności i pierwsze dwie cyfry po przecinku skończonego rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|



**Zadanie 6. (0–3)**

Niech  $\log_2 18 = c$ . Wykaż, że  $\log_3 4 = \frac{4}{c-1}$ .

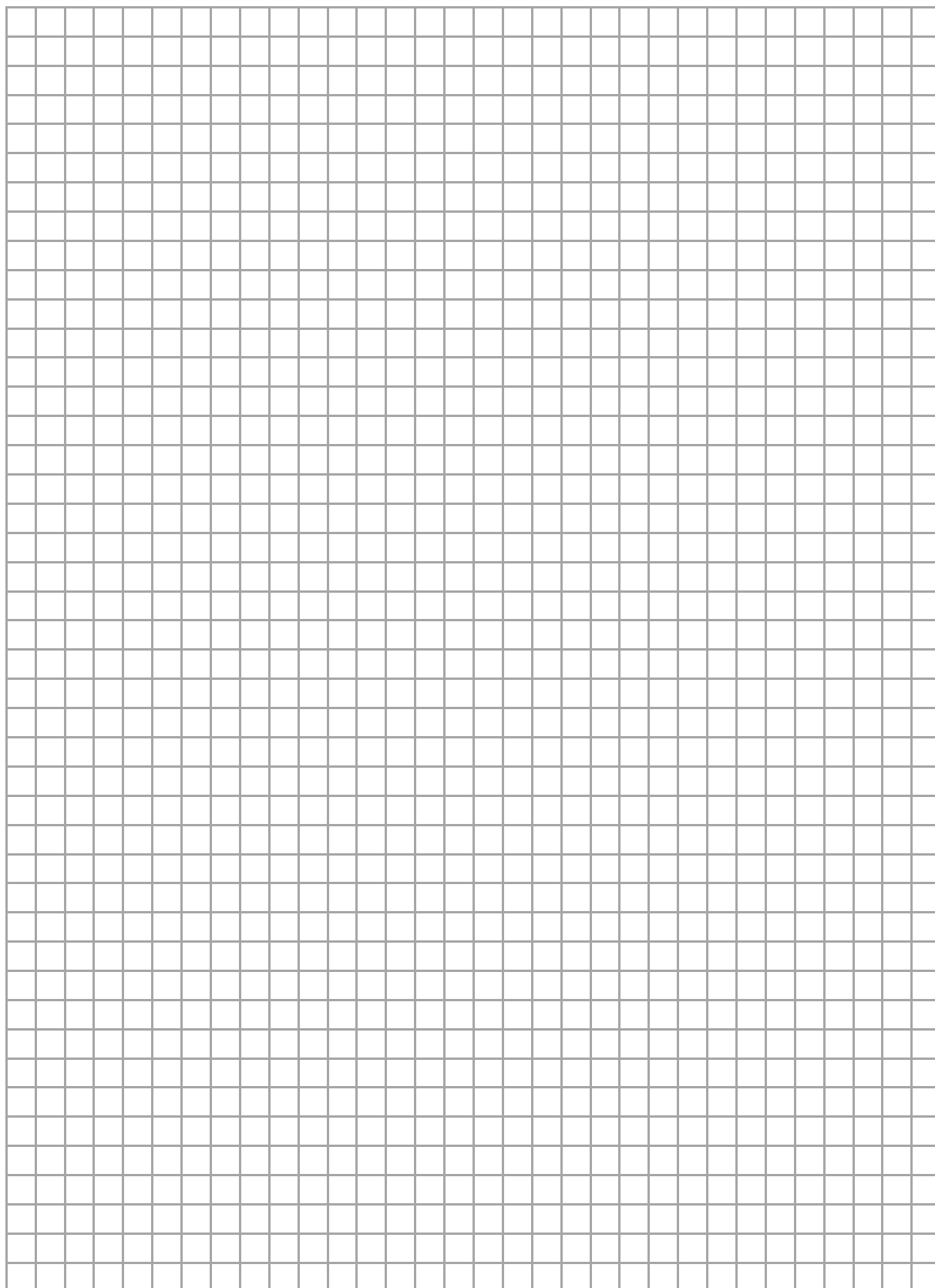


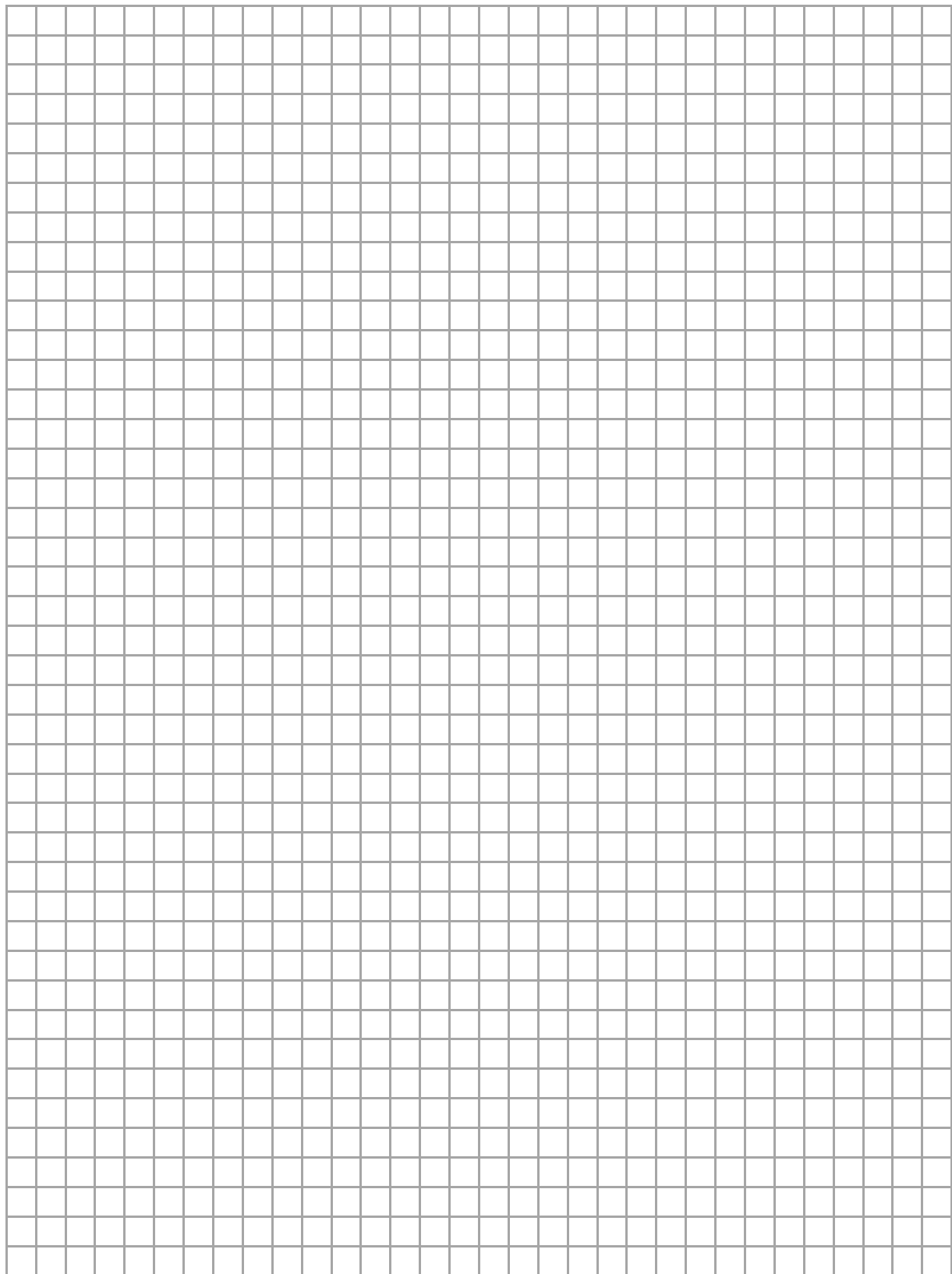
| Wypełnia<br>egzaminator | Nr zadania          | 5. | 6. |
|-------------------------|---------------------|----|----|
|                         | Maks. liczba pkt    | 2  | 3  |
|                         | Uzyskana liczba pkt |    |    |

**Zadanie 7. (0–3)**

Rozwiąż nierówność:

$$\frac{2x-1}{1-x} \leq \frac{2+2x}{5x}$$



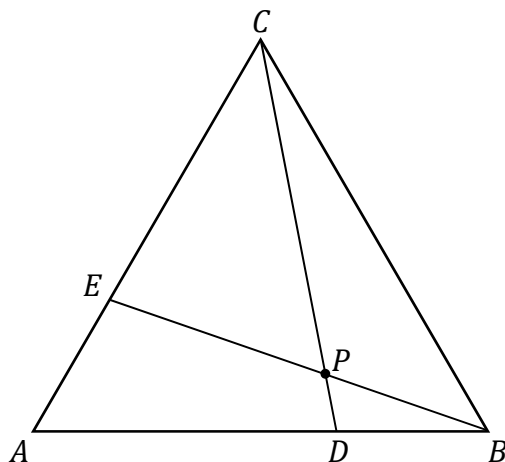


Odpowiedź: .....

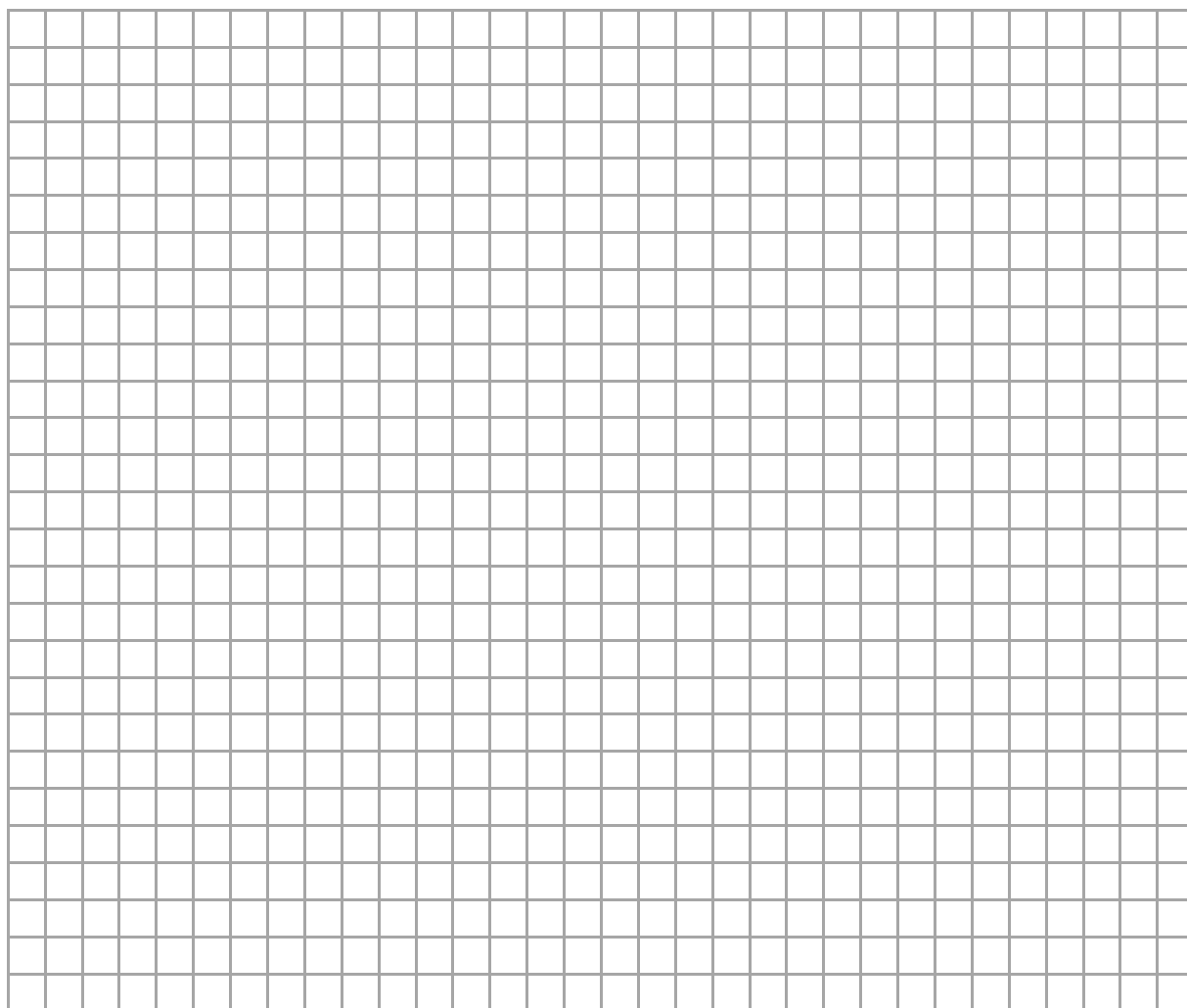
|                         |                     |    |
|-------------------------|---------------------|----|
| Wypełnia<br>egzaminator | Nr zadania          | 7. |
|                         | Maks. liczba pkt    | 3  |
|                         | Uzyskana liczba pkt |    |

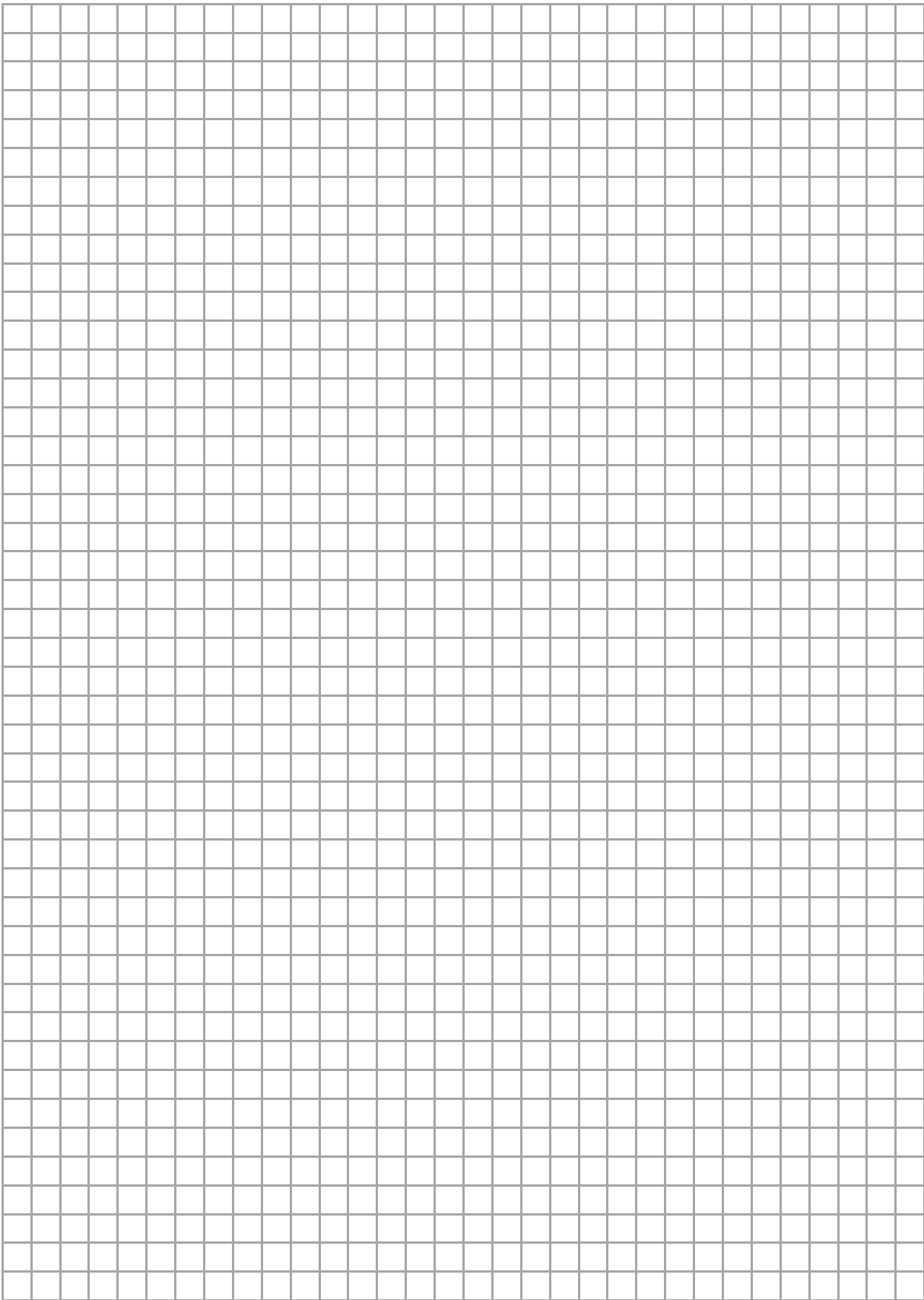
**Zadanie 8. (0–3)**

Dany jest trójkąt równoboczny  $ABC$ . Na bokach  $AB$  i  $AC$  wybrano punkty – odpowiednio –  $D$  i  $E$  takie, że  $|BD| = |AE| = \frac{1}{3}|AB|$ . Odcinki  $CD$  i  $BE$  przecinają się w punkcie  $P$  (zobacz rysunek).



Wykaż, że pole trójkąta  $DBP$  jest 21 razy mniejsze od pola trójkąta  $ABC$ .

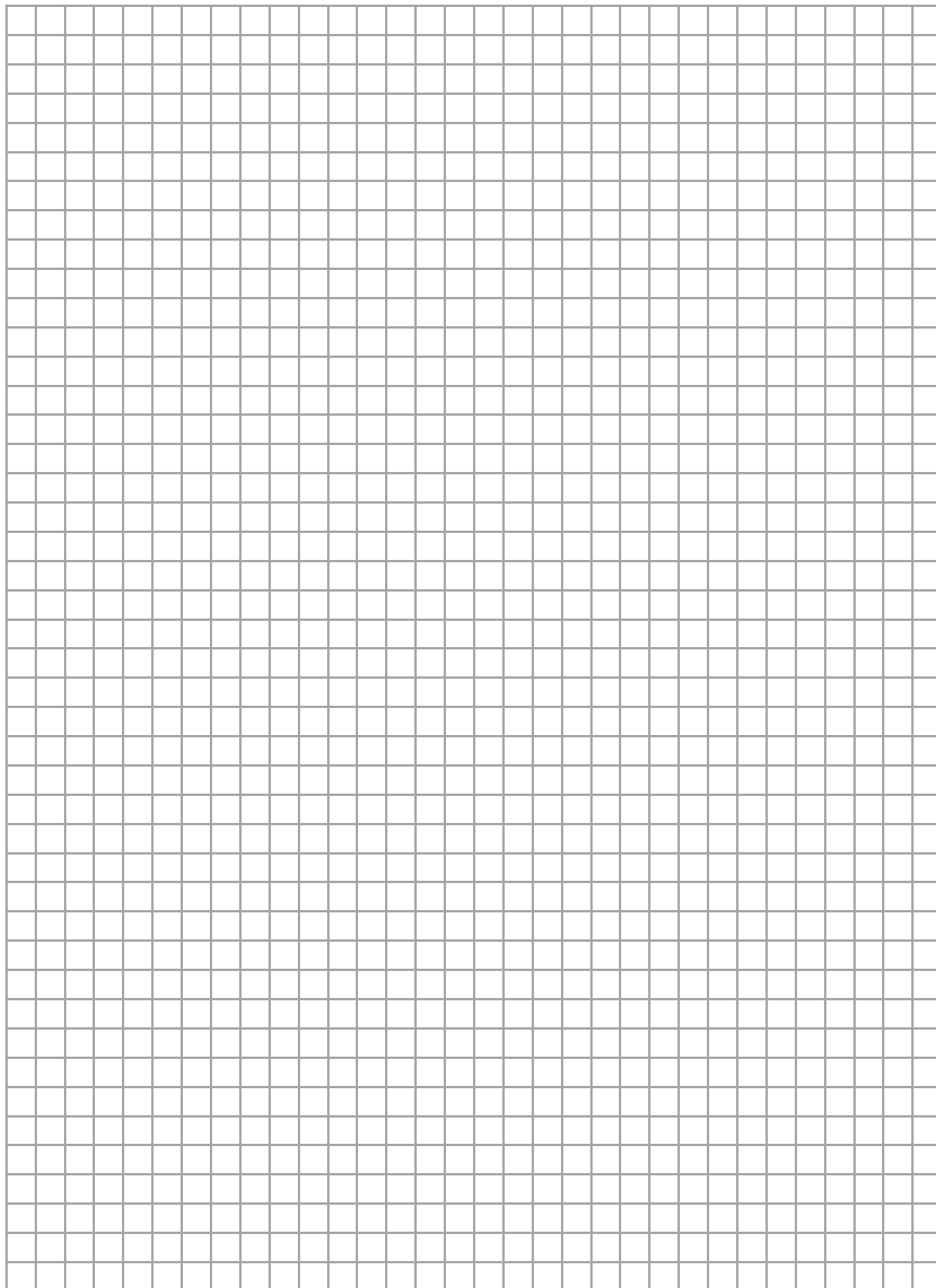




|                         |                     |    |
|-------------------------|---------------------|----|
| Wypełnia<br>egzaminator | Nr zadania          | 8. |
|                         | Maks. liczba pkt    | 3  |
|                         | Uzyskana liczba pkt |    |

**Zadanie 9. (0–4)**

Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosowana liczba jest podzielna przez 15, jeśli wiadomo, że jest ona podzielna przez 18.

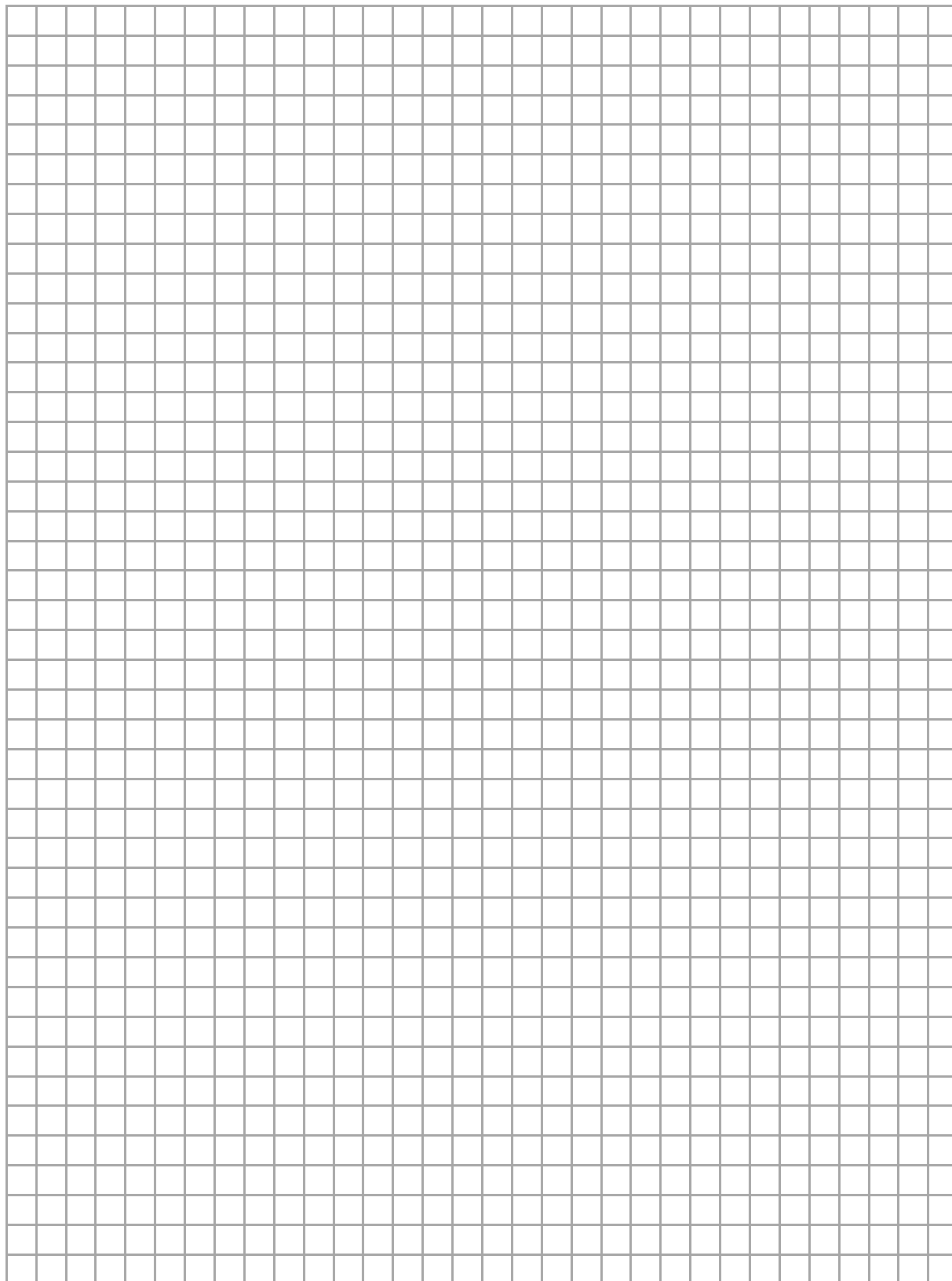


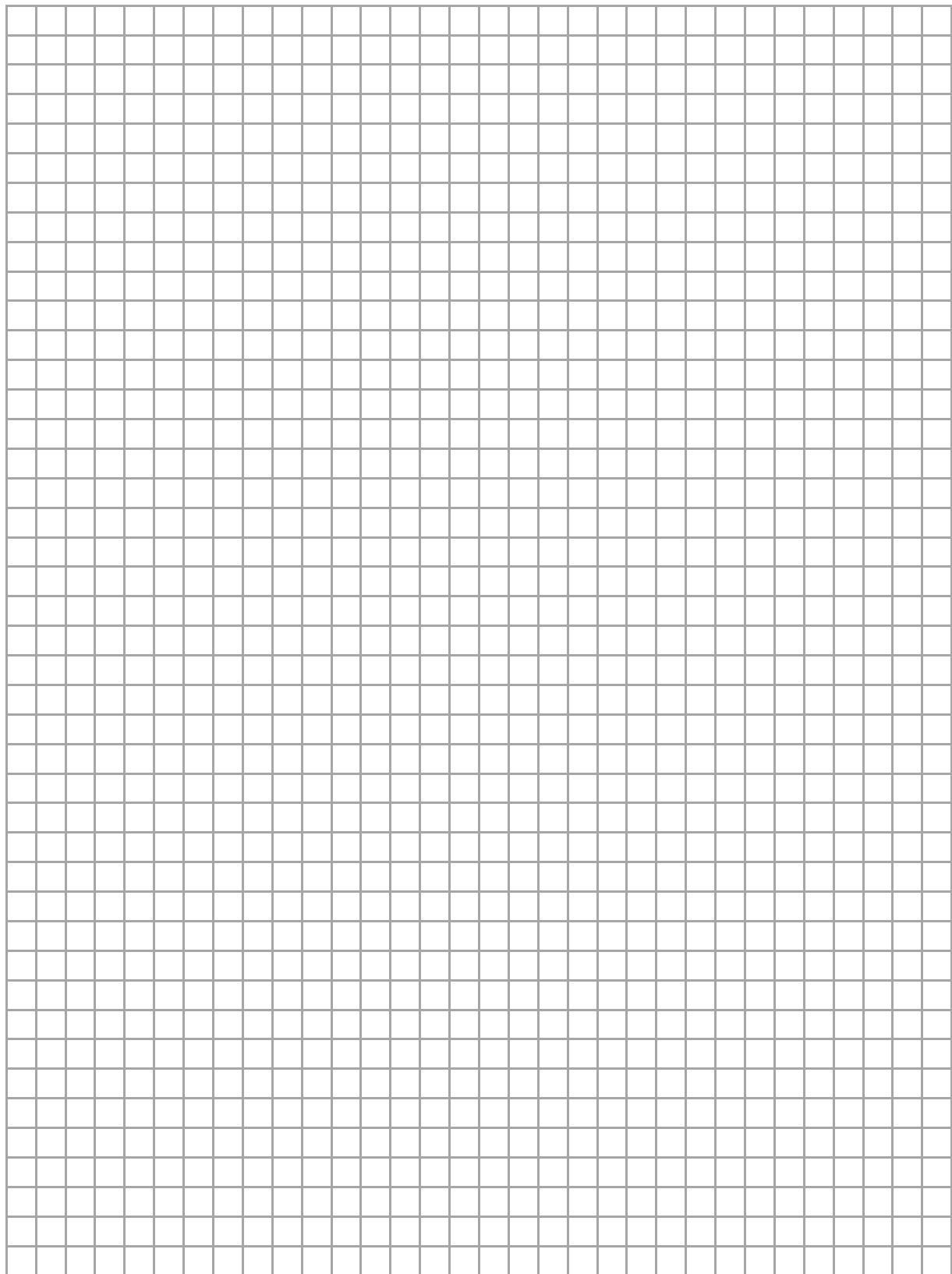
Odpowiedź: .....

|                         |                     |    |
|-------------------------|---------------------|----|
| Wypełnia<br>egzaminator | Nr zadania          | 9. |
|                         | Maks. liczba pkt    | 4  |
|                         | Uzyskana liczba pkt |    |

**Zadanie 10. (0–4)**

Prosta przechodząca przez punkty  $A = (8, -6)$  i  $B = (5, 15)$  jest styczna do okręgu o środku w punkcie  $O = (0, 0)$ . Oblicz promień tego okręgu i współrzędne punktu styczności tego okręgu z prostą  $AB$ .





Odpowiedź: .....

|                         |                     |     |
|-------------------------|---------------------|-----|
| Wypełnia<br>egzaminator | Nr zadania          | 10. |
|                         | Maks. liczba pkt    | 4   |
|                         | Uzyskana liczba pkt |     |

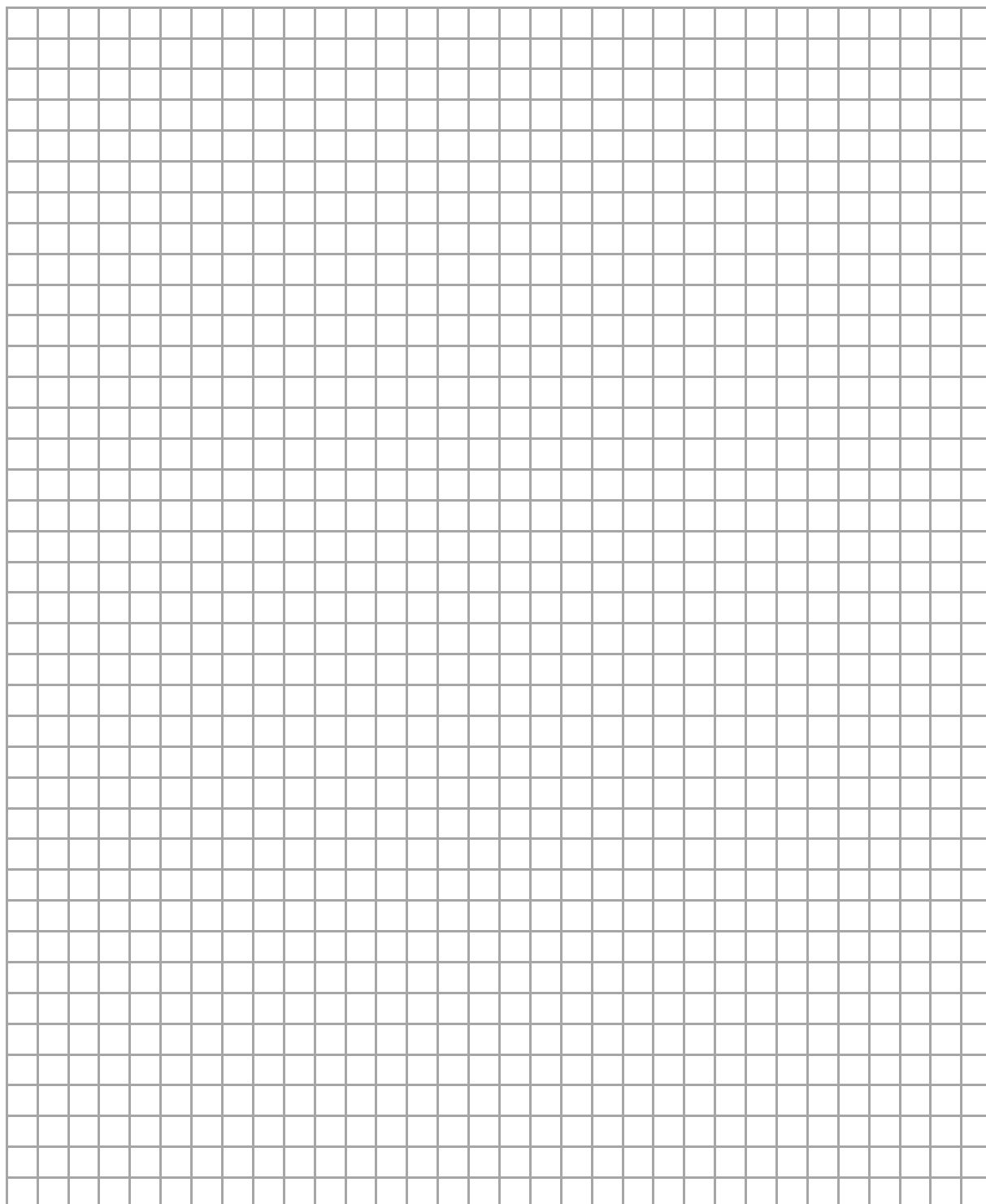
**Zadanie 11. (0–5)**

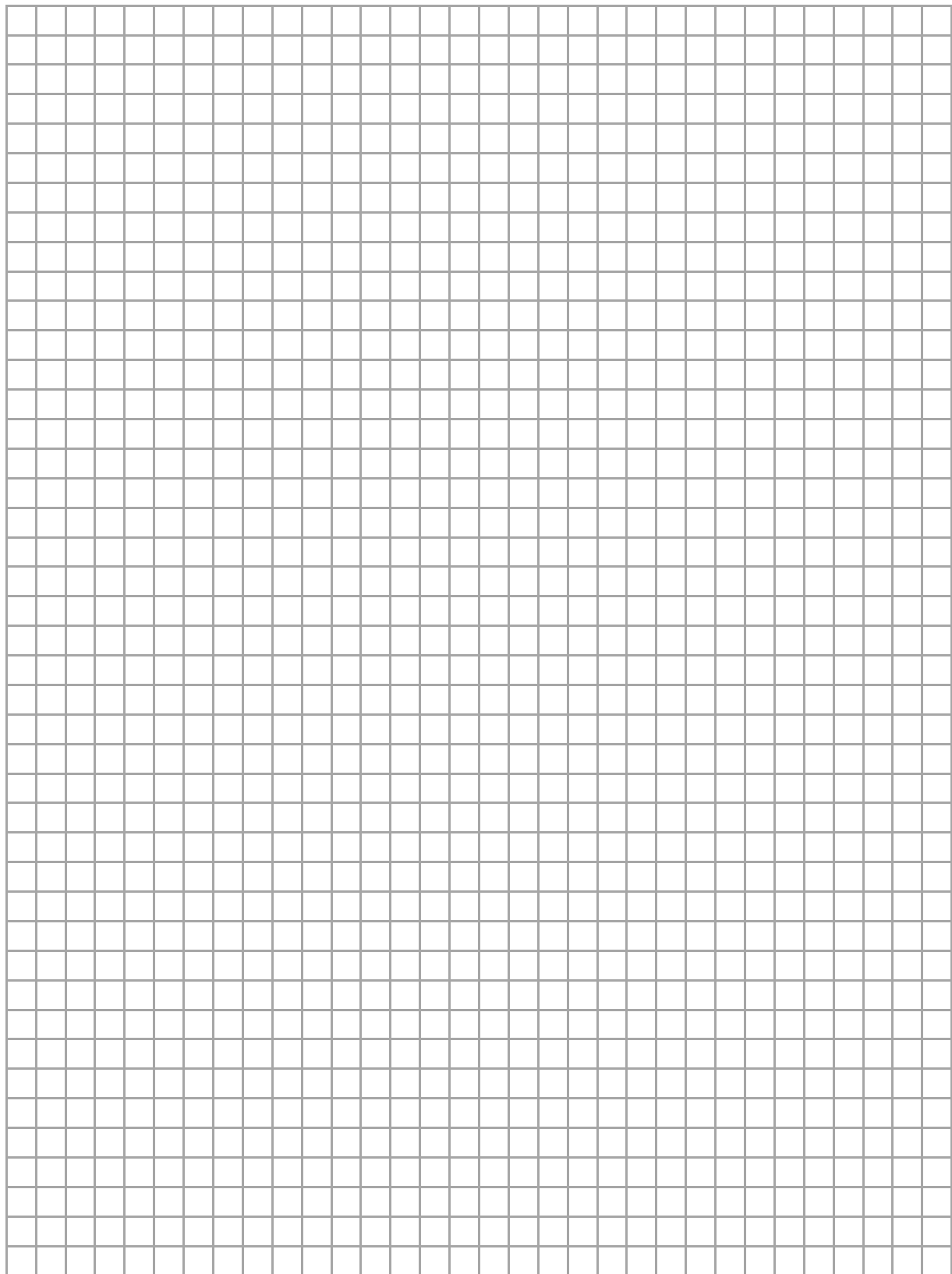
Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których trójmian kwadratowy

$$4x^2 - 2(m+1)x + m$$

ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste  $x_1$  oraz  $x_2$ , spełniające warunki:

$$x_1 \neq 0, \quad x_2 \neq 0 \quad \text{oraz} \quad x_1 + x_2 \leq \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$$



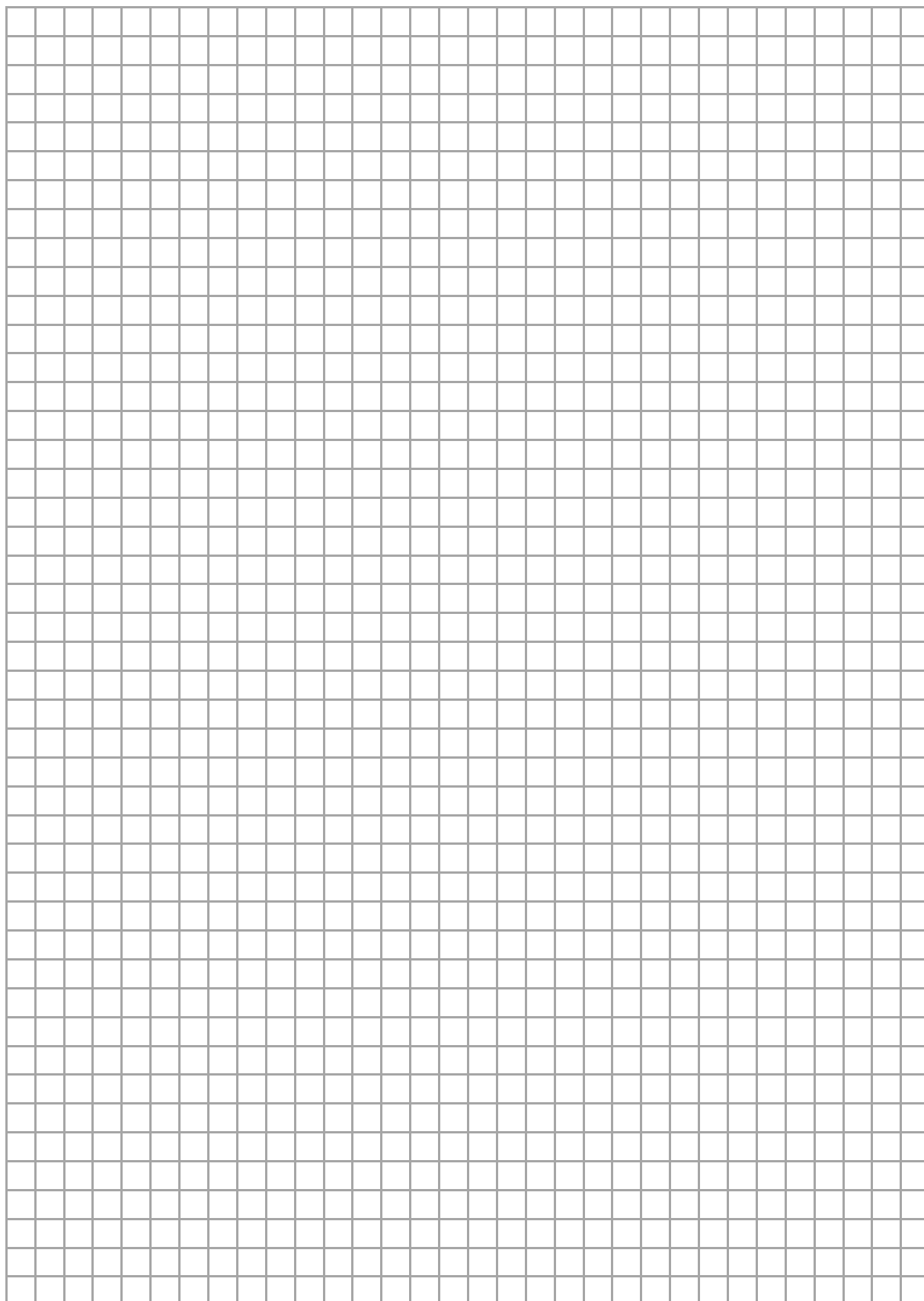


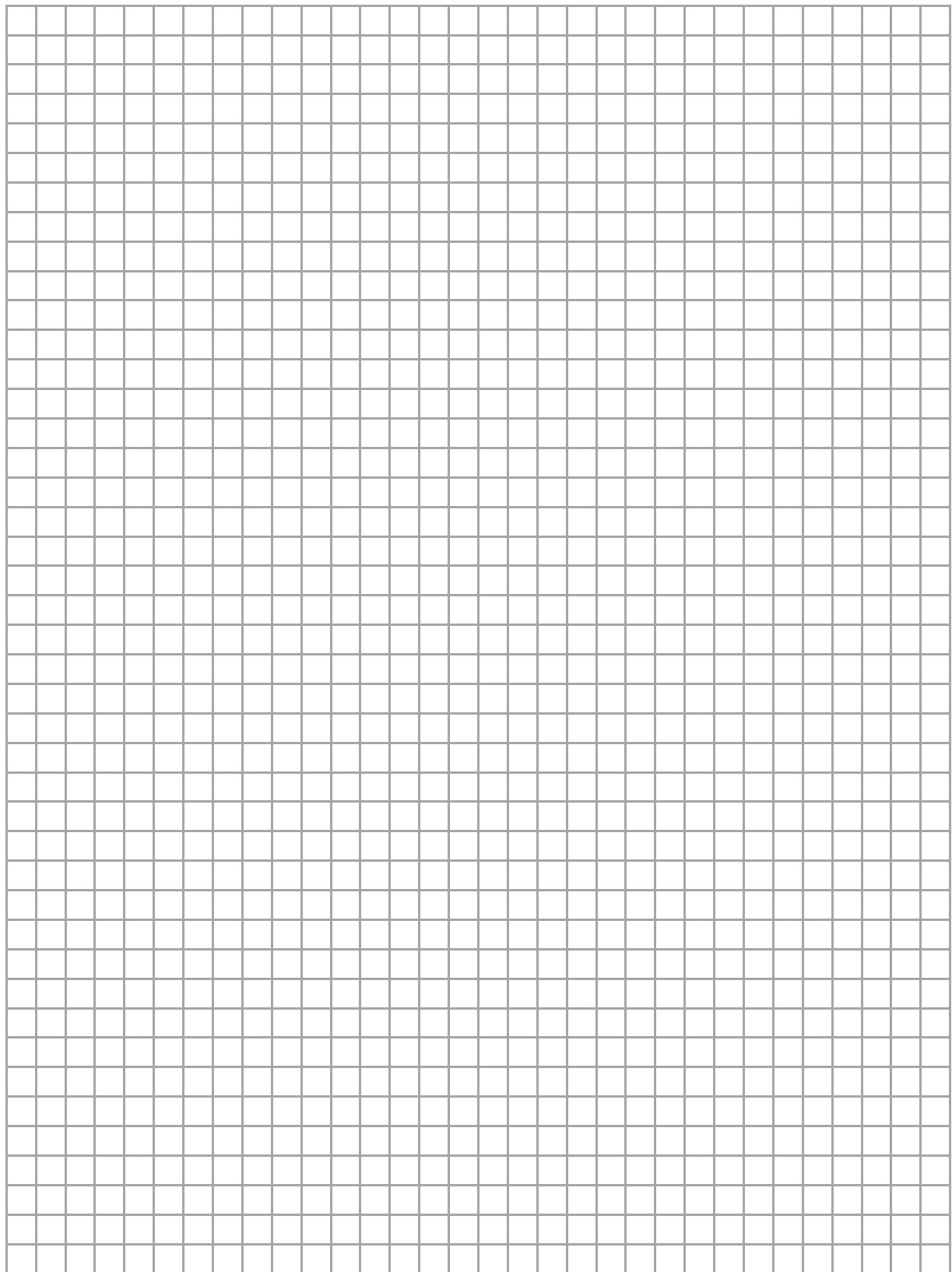
Odpowiedź: .....

|                         |                     |     |
|-------------------------|---------------------|-----|
| Wypełnia<br>egzaminator | Nr zadania          | 11. |
|                         | Maks. liczba pkt    | 5   |
|                         | Uzyskana liczba pkt |     |

**Zadanie 12. (0–5)**

Rozwiąż równanie  $\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x - \sin x)$  w przedziale  $\langle 0, \pi \rangle$ .



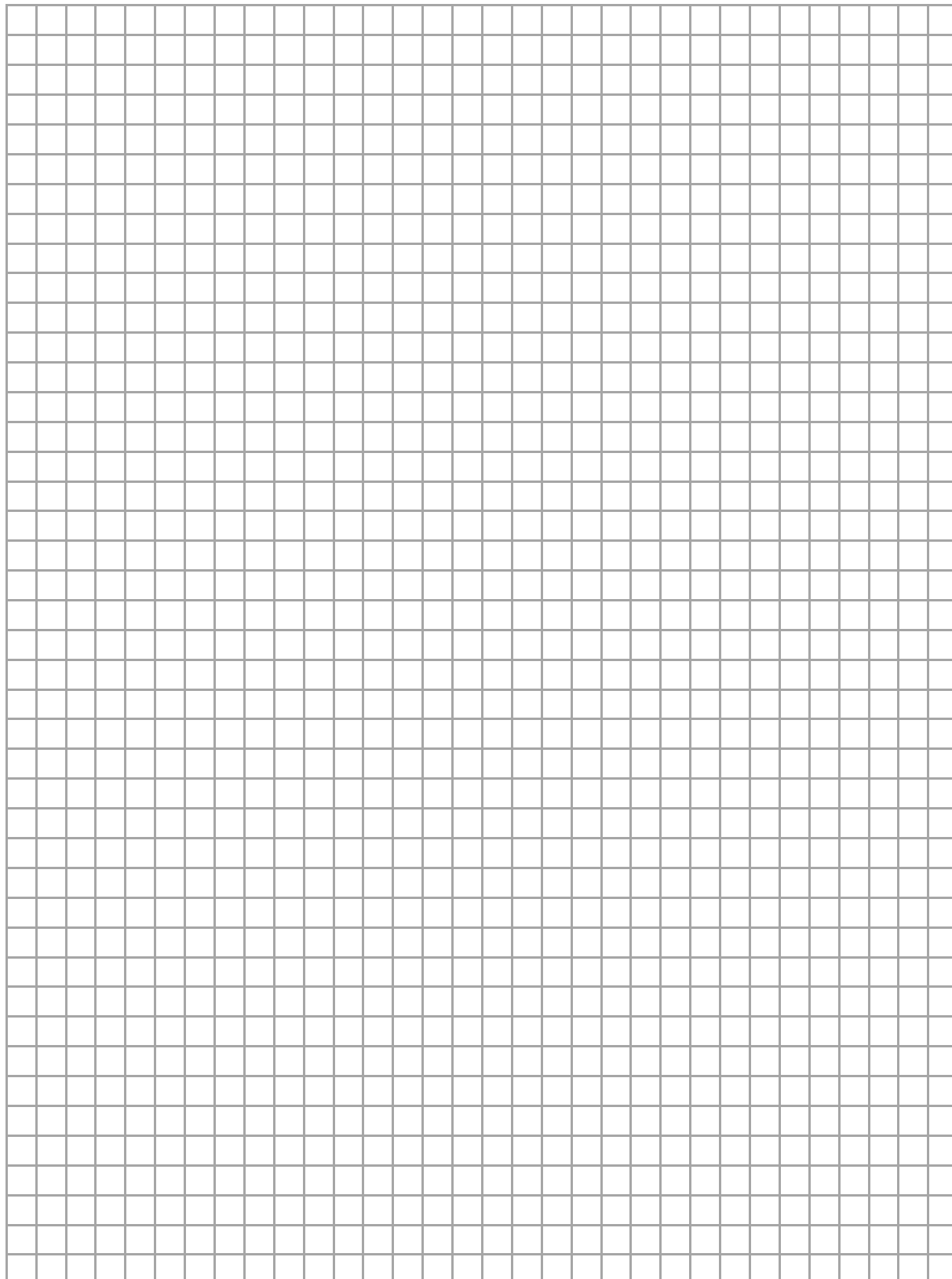


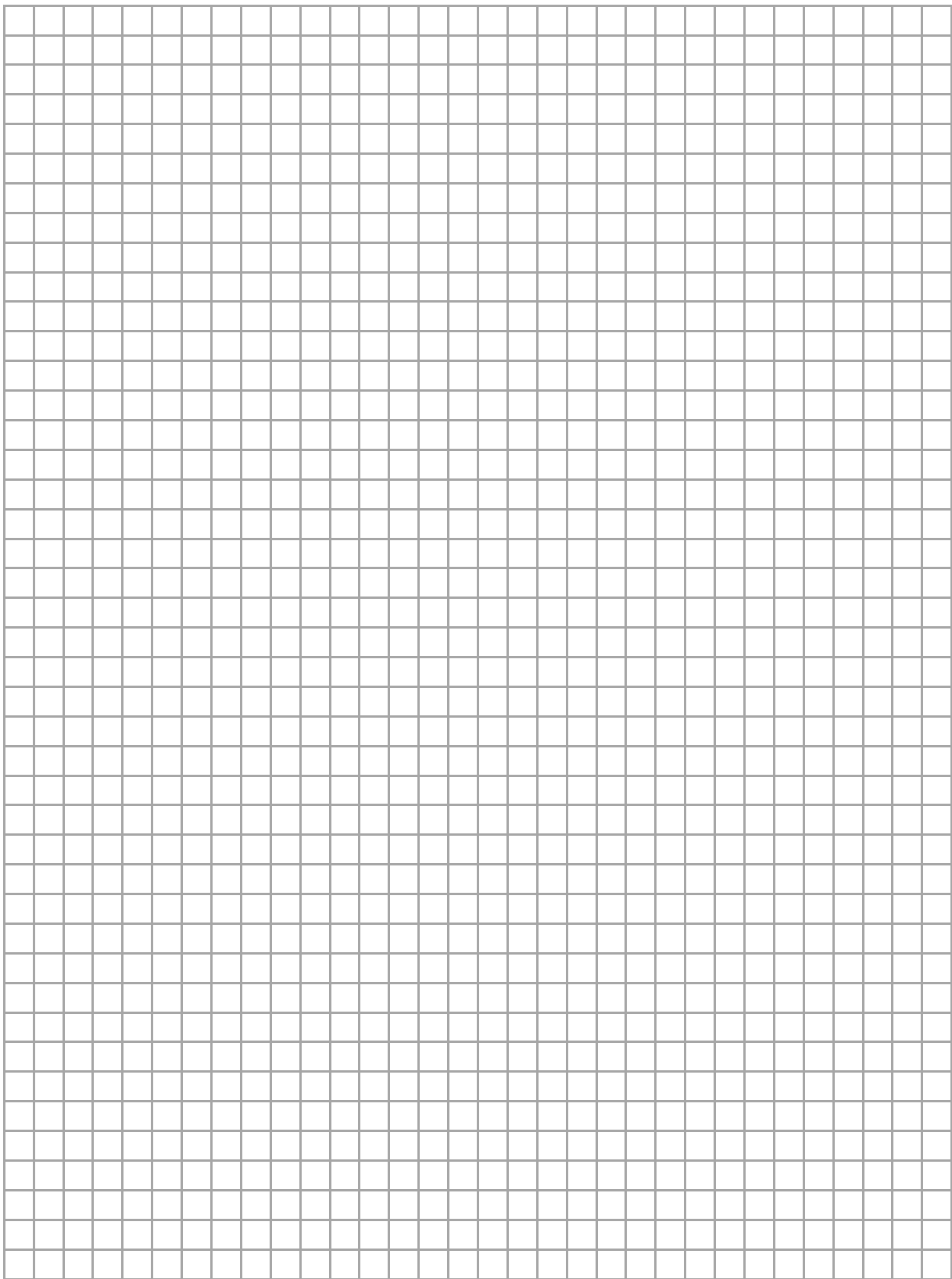
Odpowiedź: .....

|                         |                     |     |
|-------------------------|---------------------|-----|
| Wypełnia<br>egzaminator | Nr zadania          | 12. |
|                         | Maks. liczba pkt    | 5   |
|                         | Uzyskana liczba pkt |     |

**Zadanie 13. (0–4)**

Dany jest trójkąt prostokątny  $ABC$ . Promień okręgu wpisanego w ten trójkąt jest pięć razy krótszy od przeciwprostokątnej tego trójkąta. Oblicz sinus tego z kątów ostrych trójkąta  $ABC$ , który ma większą miarę.





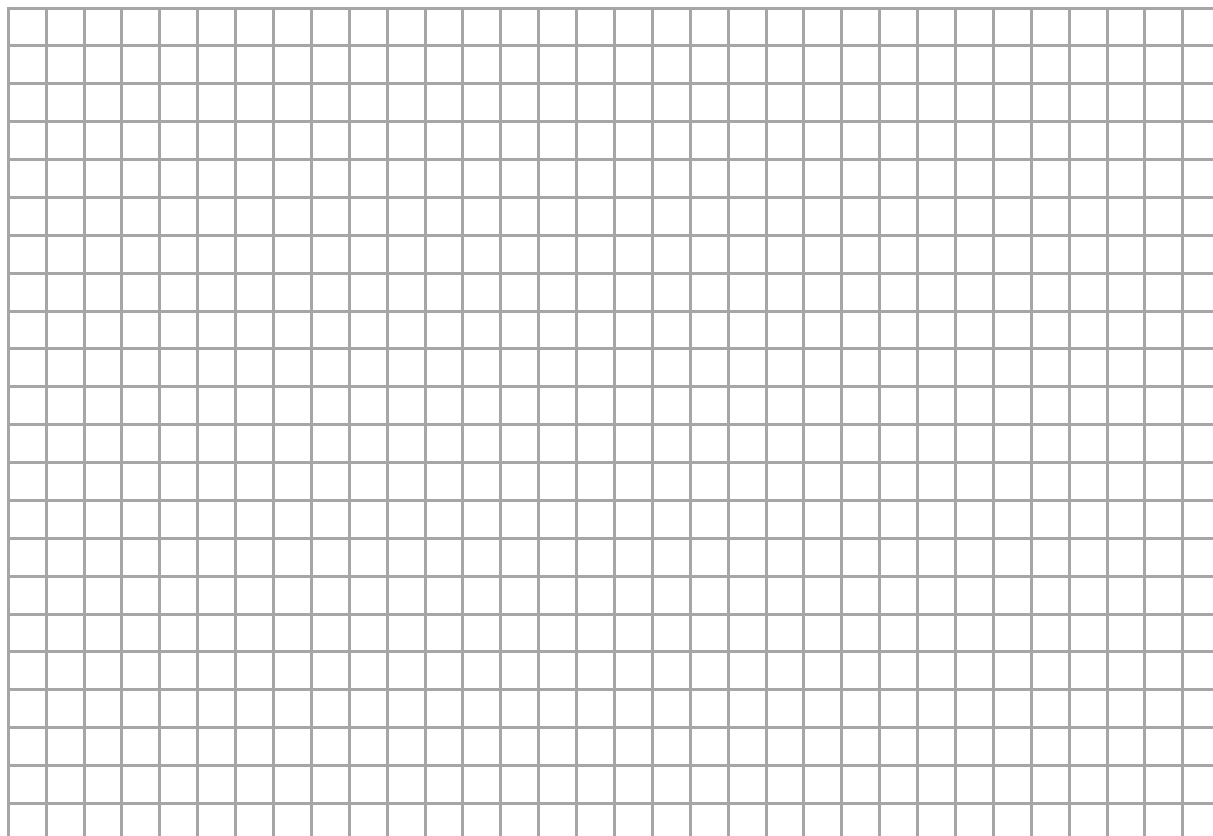
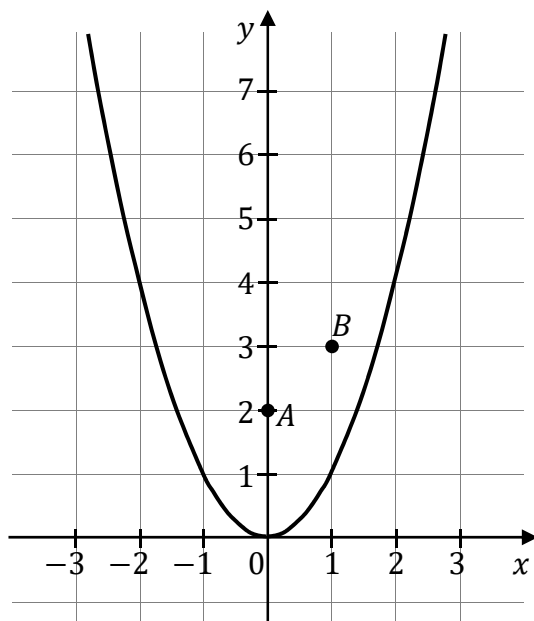
Odpowiedź: .....

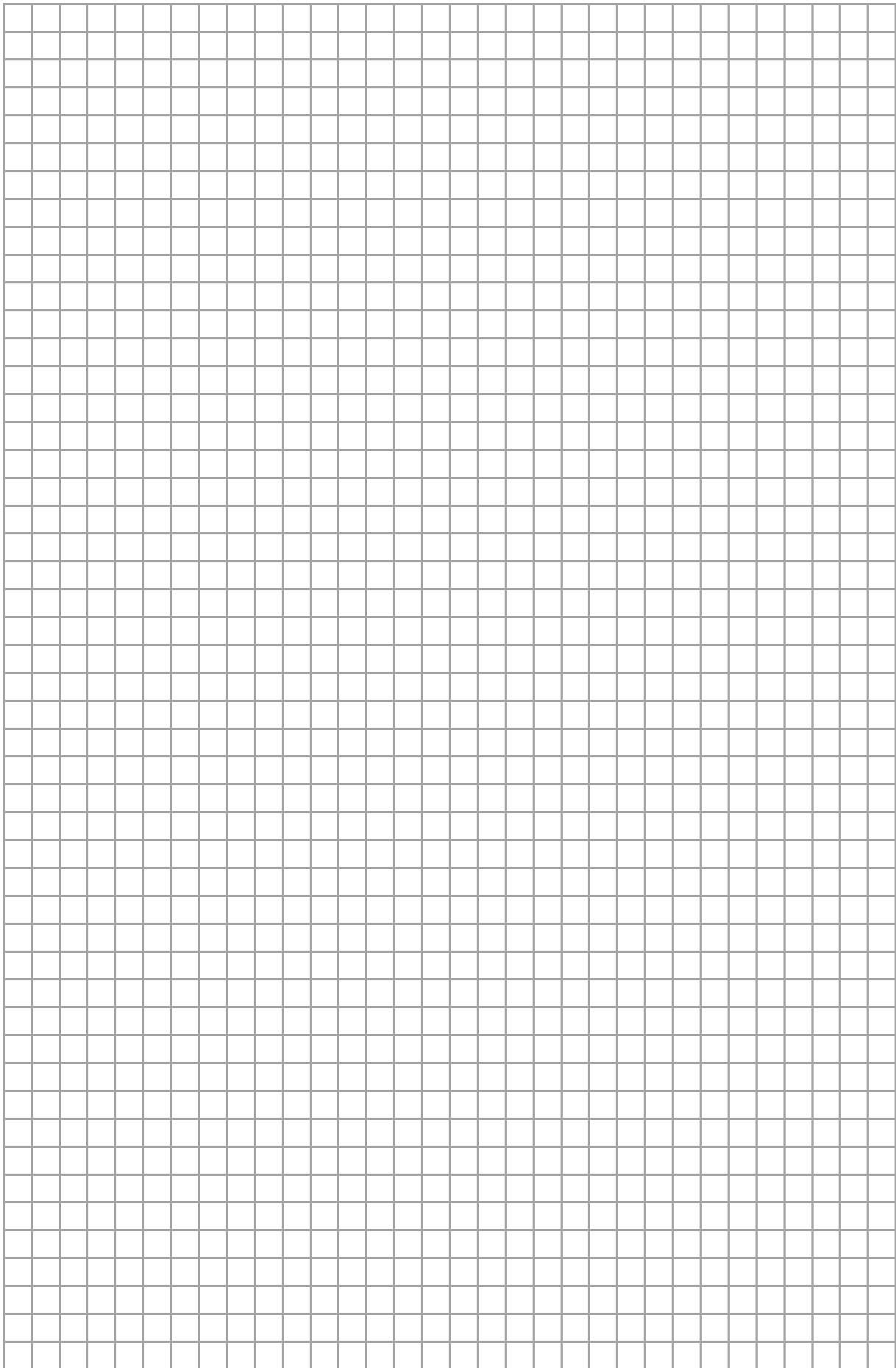
|                         |                     |     |
|-------------------------|---------------------|-----|
| Wypełnia<br>egzaminator | Nr zadania          | 13. |
|                         | Maks. liczba pkt    | 4   |
|                         | Uzyskana liczba pkt |     |

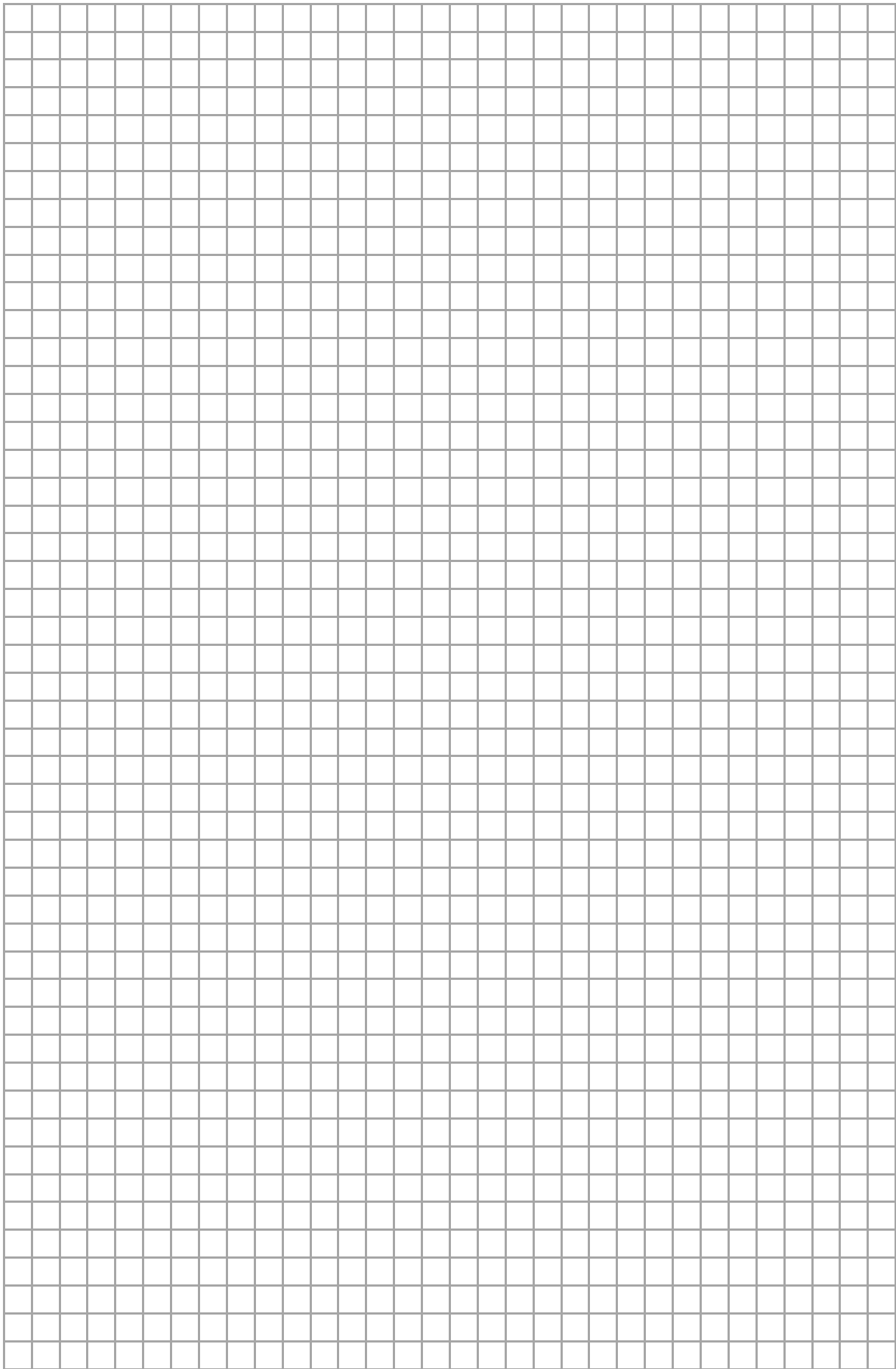
**Zadanie 14. (0–6)**

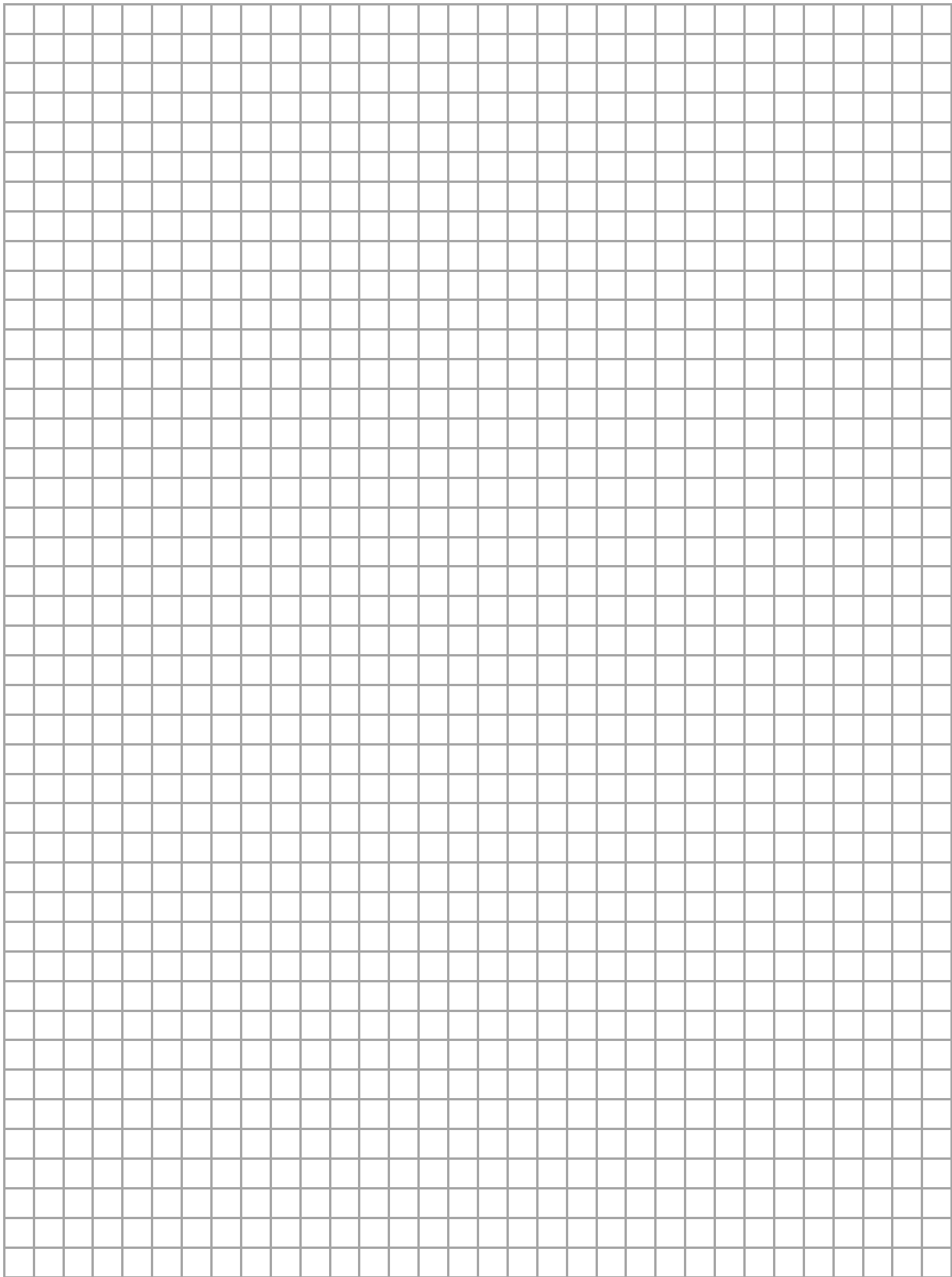
Dane są parabola o równaniu  $y = x^2$  oraz punkty  $A = (0, 2)$  i  $B = (1, 3)$  (zobacz rysunek). Rozpatrujemy wszystkie trójkąty  $ABC$ , których wierzchołek  $C$  leży na tej paraboli. Niech  $m$  oznacza pierwszą współrzędną punktu  $C$ .

- a) Wyznacz pole  $P$  trójkąta  $ABC$  jako funkcję zmiennej  $m$ .
- b) Wyznacz wszystkie wartości  $m$ , dla których trójkąt  $ABC$  jest ostrokątny.









Odpowiedź: .....

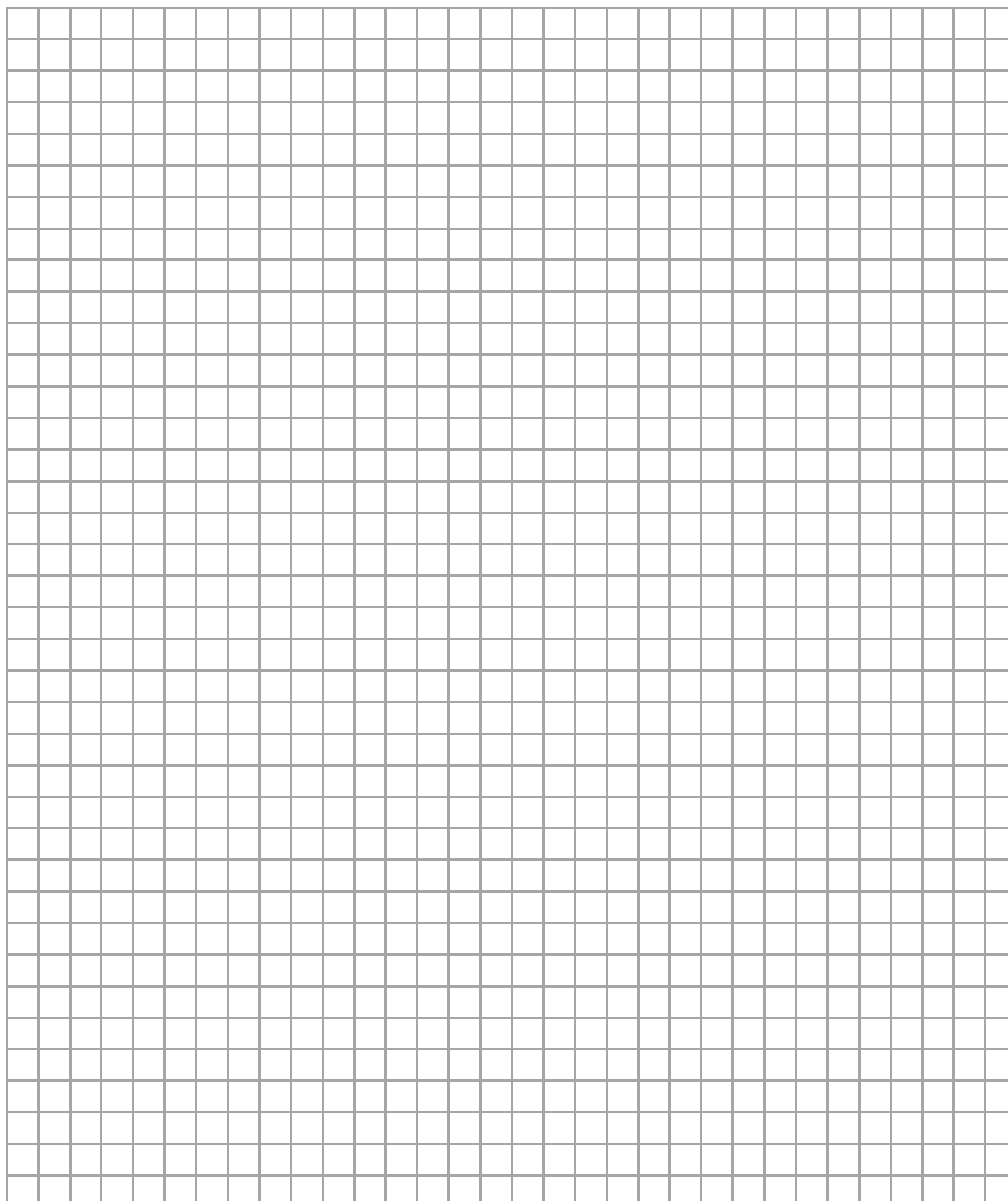
|                         |                     |     |
|-------------------------|---------------------|-----|
| Wypełnia<br>egzaminator | Nr zadania          | 14. |
|                         | Maks. liczba pkt    | 6   |
|                         | Uzyskana liczba pkt |     |

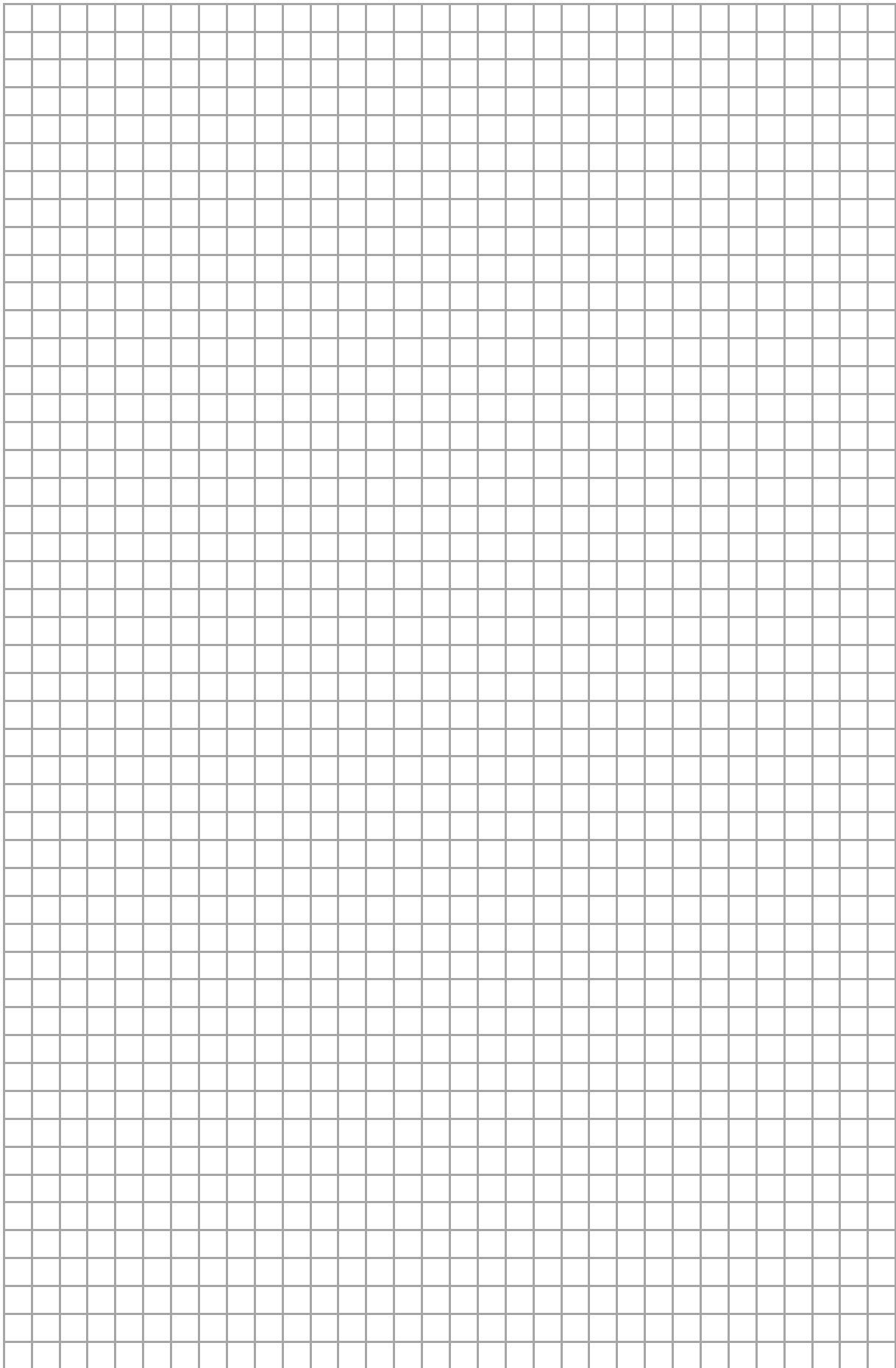
**Zadanie 15. (0–7)**

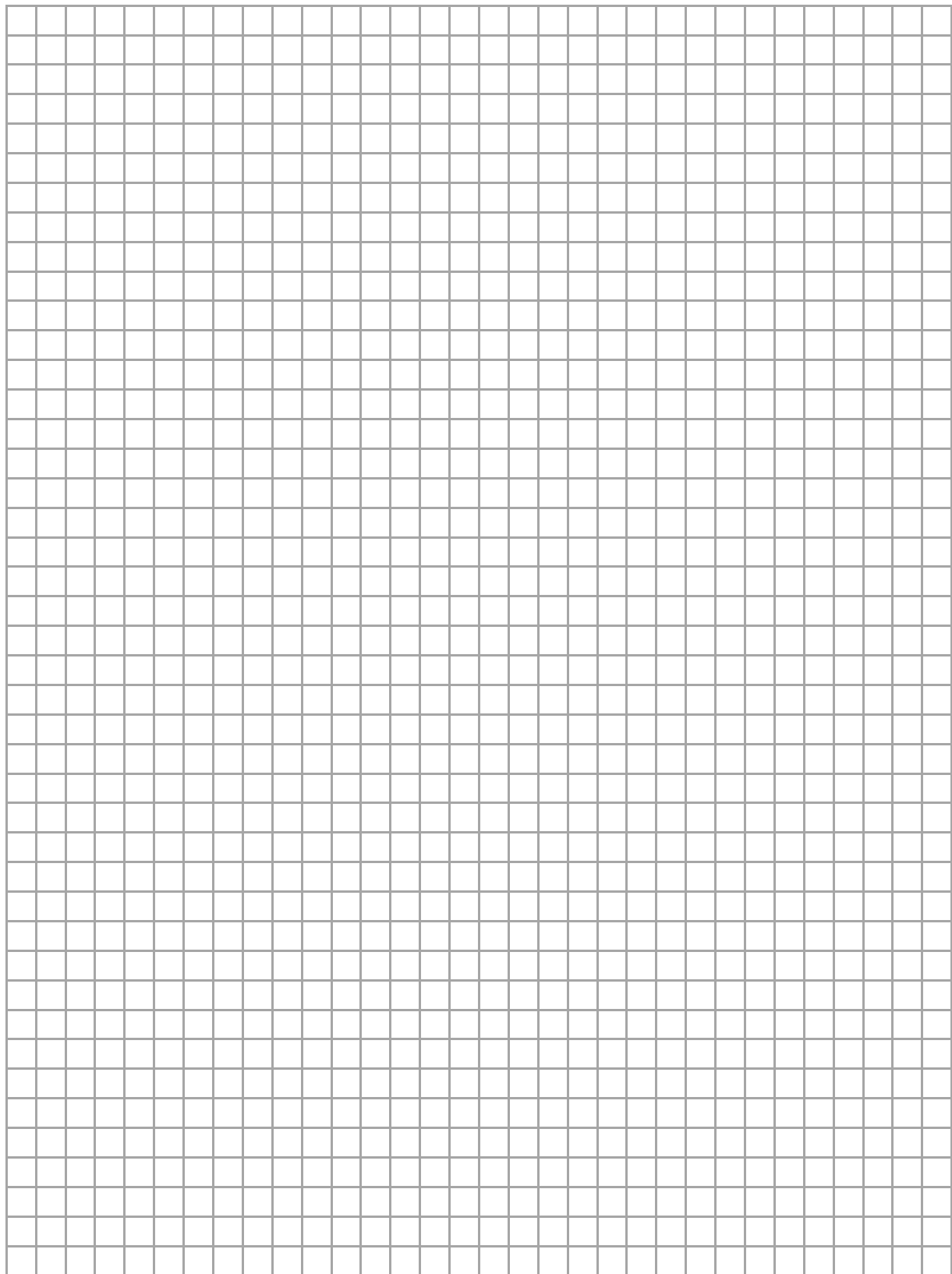
Pewien zakład otrzymał zamówienie na wykonanie prostopadłościennego zbiornika (całkowicie otwartego od góry) o pojemności  $144 \text{ m}^3$ . Dno zbiornika ma być kwadratem. Żaden z wymiarów zbiornika (krawędzi prostopadłościanu) nie może przekraczać 9 metrów. Całkowity koszt wykonania zbiornika ustalono w następujący sposób:

- 100 zł za  $1 \text{ m}^2$  dna
- 75 zł za  $1 \text{ m}^2$  ściany bocznej.

Oblicz wymiary zbiornika, dla którego tak ustalony koszt wykonania będzie najmniejszy.







Odpowiedź: .....

|                         |                     |     |
|-------------------------|---------------------|-----|
| Wypełnia<br>egzaminator | Nr zadania          | 15. |
|                         | Maks. liczba pkt    | 7   |
|                         | Uzyskana liczba pkt |     |

**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**

