

**Miejsce
na naklejkę**

MMA-R1_1P-082

**EGZAMIN MATURALNY
Z MATEMATYKI
POZIOM ROZSZERZONY**

**MAJ
ROK 2008**

Czas pracy 180 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 18 stron (zadania 1 – 12). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
9. Na karcie odpowiedzi wpisz swoją datę urodzenia i PESEL. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



Za rozwiązanie
wszystkich zadań
można otrzymać
łącznie
50 punktów

Życzymy powodzenia!

**Wypełnia zdający
przed rozpoczęciem pracy**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

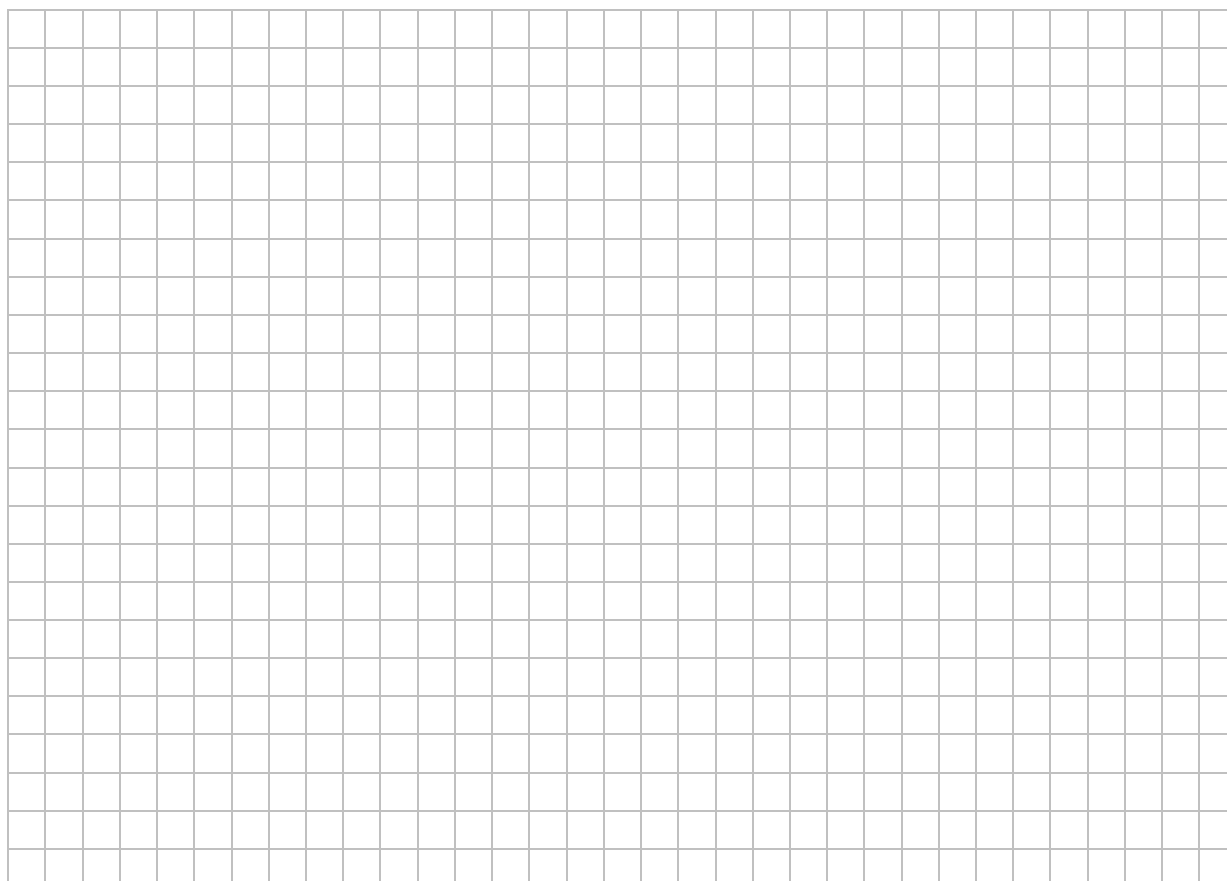
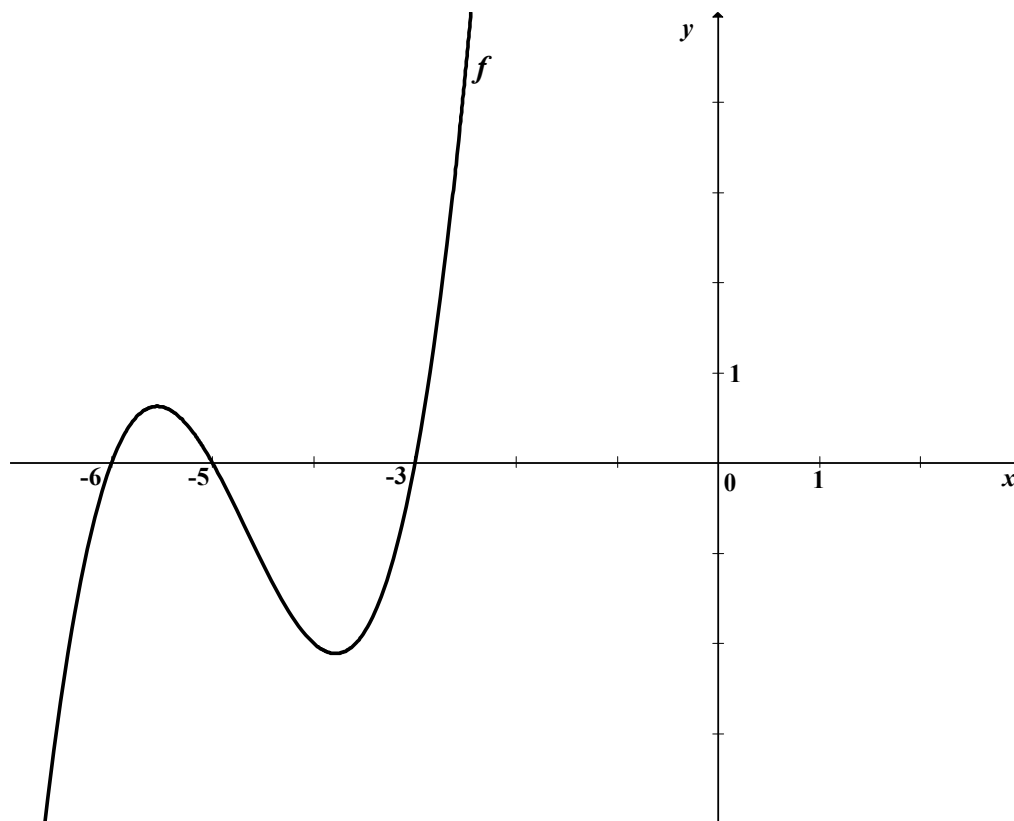
PESEL ZDAJĄCEGO

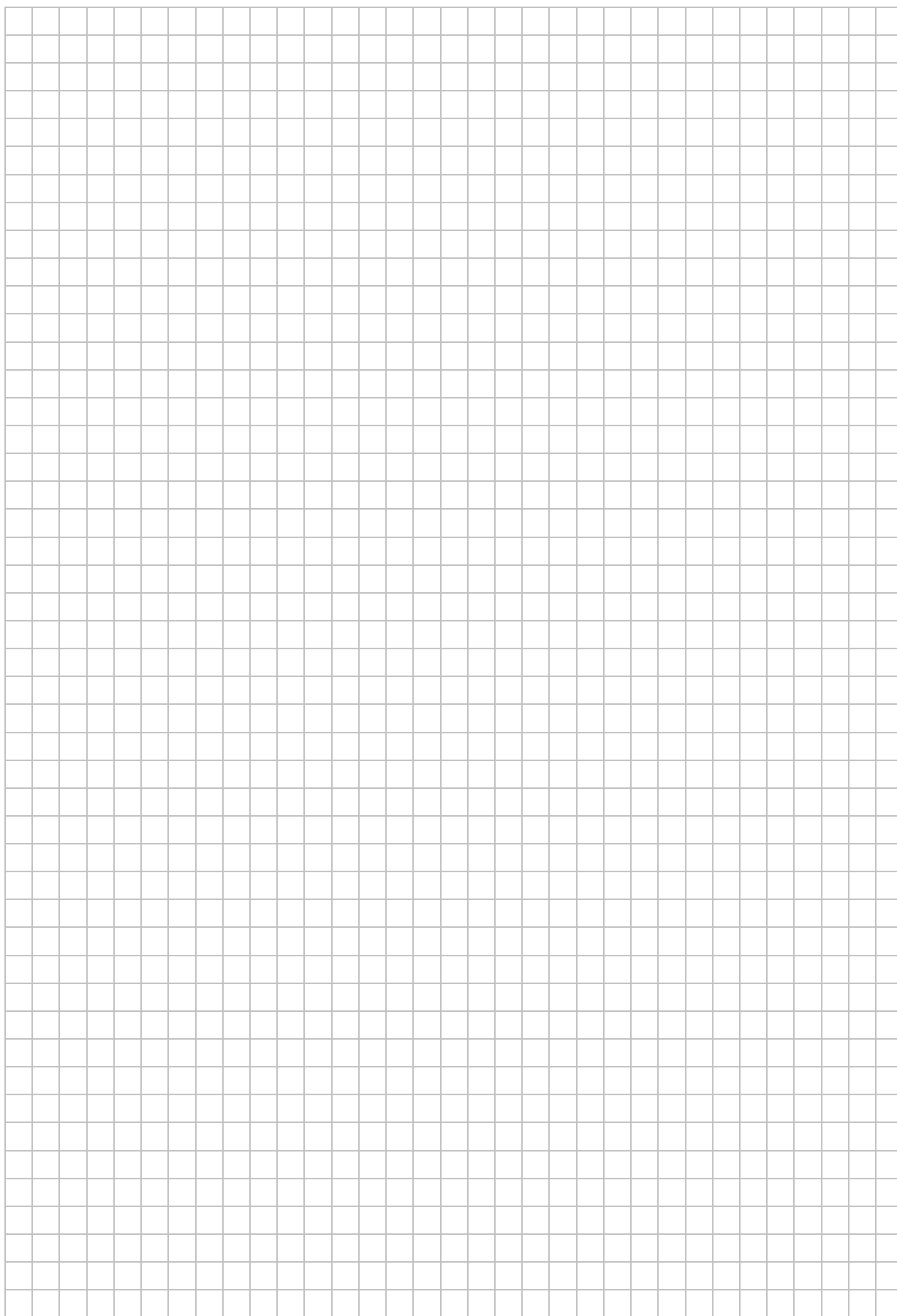
--	--	--	--

**KOD
ZDAJĄCEGO**

Zadanie 1. (4 pkt)

Wielomian f , którego fragment wykresu przedstawiono na poniższym rysunku spełnia warunek $f(0) = 90$. Wielomian g dany jest wzorem $g(x) = x^3 - 14x^2 + 63x - 90$. Wykaż, że $g(x) = -f(-x)$ dla $x \in \mathbb{R}$.





Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	1.1	1.2	1.3	1.4
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

Zadanie 2. (4 pkt)

Rozwiąż nierówność $|x - 2| + |3x - 6| < |x|$.

Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	2.1	2.2	2.3	2.4
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

Zadanie 3. (5 pkt)

Liczby $x_1 = 5 + \sqrt{23}$ i $x_2 = 5 - \sqrt{23}$ są rozwiązaniami równania $x^2 - (p^2 + q^2)x + (p + q) = 0$ z niewiadomą x . Oblicz wartości p i q .

Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt					

Zadanie 4. (4 pkt)

Rozwiąż równanie $4\cos^2 x = 4\sin x + 1$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	4.1	4.2	4.3	4.4
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

Zadanie 5. (5 pkt)

Dane jest równanie $\left| \frac{2}{x} + 3 \right| = p$ z niewiadomą x . Wyznacz liczbę rozwiązań tego równania w zależności od parametru p .

Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	5.1	5.2	5.3	5.4	5.5
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt					

Zadanie 6. (3 pkt)

Udowodnij, że jeżeli ciąg (a, b, c) jest jednocześnie arytmetyczny i geometryczny, to $a = b = c$.

Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	6.1	6.2	6.3
	Maks. liczba pkt	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt			

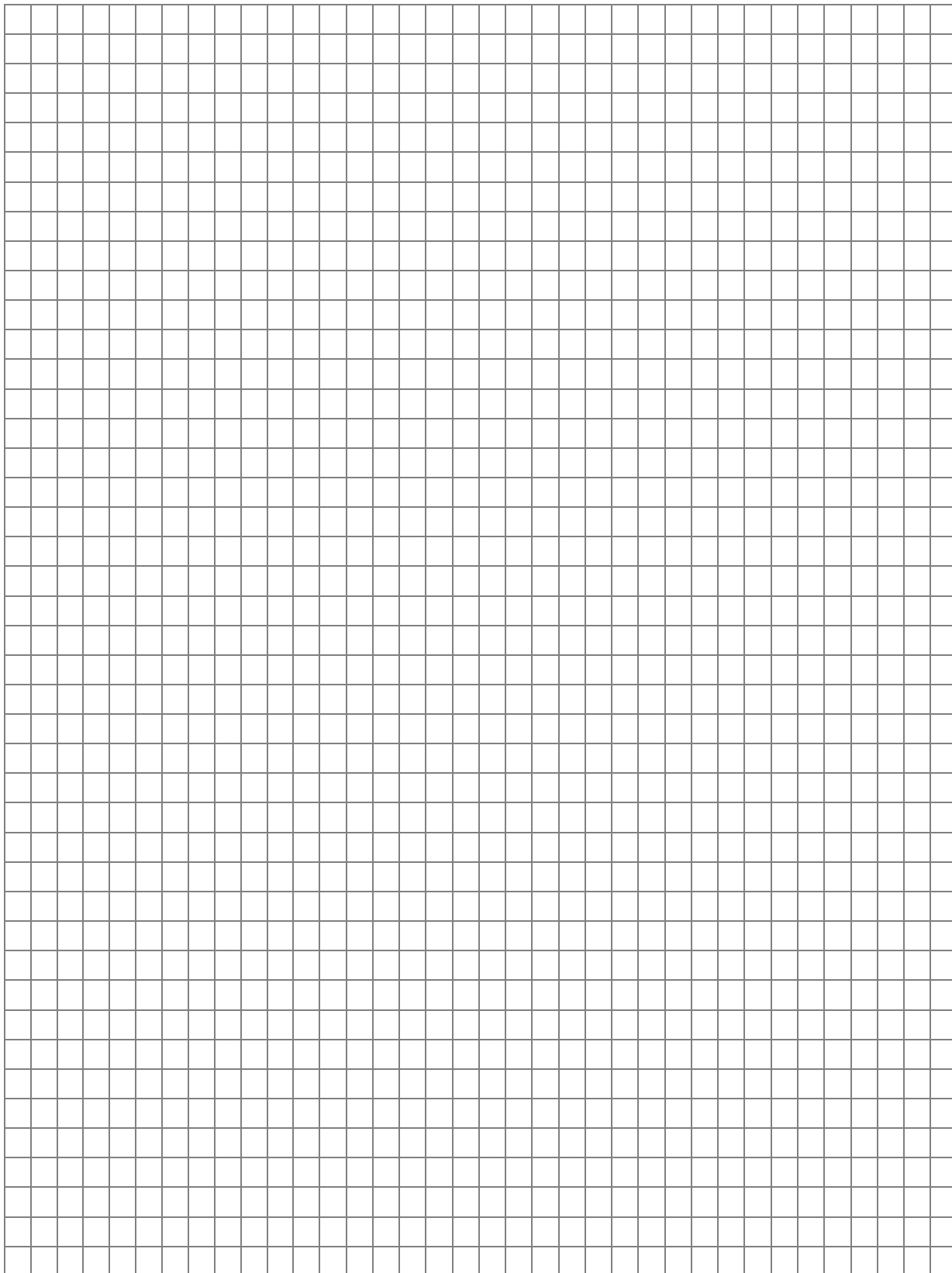
Zadanie 7. (4 pkt)

Uzasadnij, że każdy punkt paraboli o równaniu $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$ jest równoodległy od osi Ox i od punktu $F = (0, 2)$.

Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	7.1	7.2	7.3	7.4
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

Zadanie 8. (4 pkt)

Wyznacz współrzędne środka jednokładności, w której obrazem okręgu o równaniu $(x-16)^2 + y^2 = 4$ jest okrąg o równaniu $(x-6)^2 + (y-4)^2 = 16$, a skala tej jednokładności jest liczbą ujemną.



Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	8.1	8.2	8.3	8.4
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

Zadanie 9. (4 pkt)
 Wyznacz dziedzinę i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}(8x - x^2)$.

Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	9.1	9.2	9.3	9.4
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

Zadanie 10. (4 pkt)

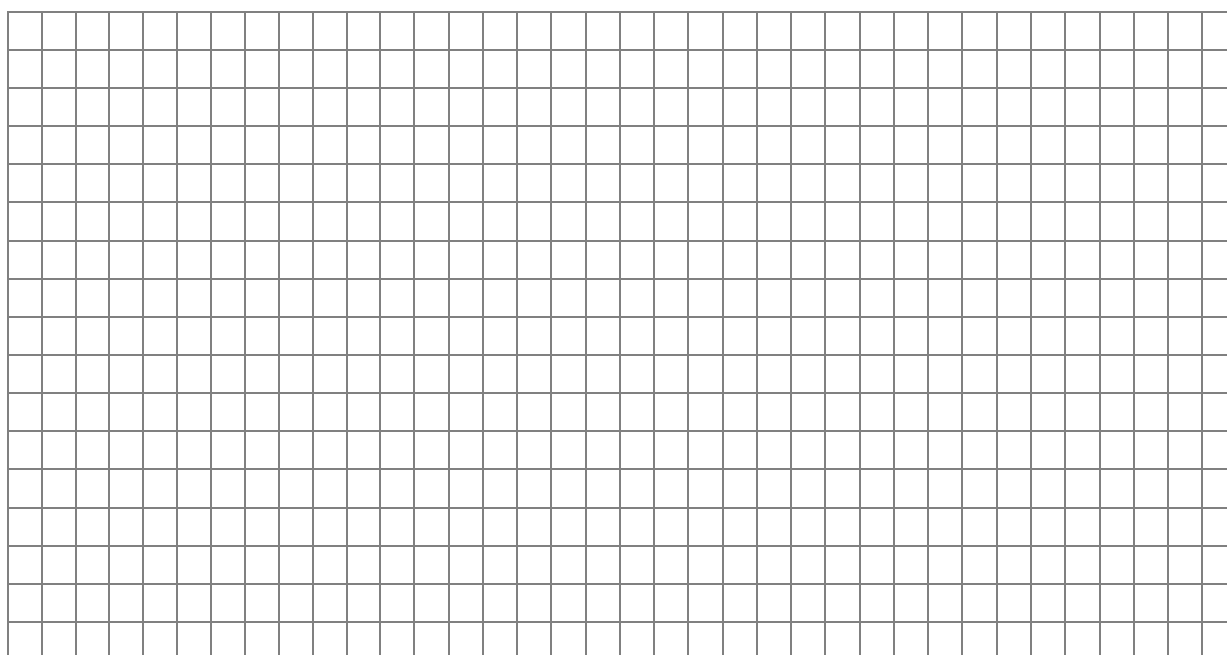
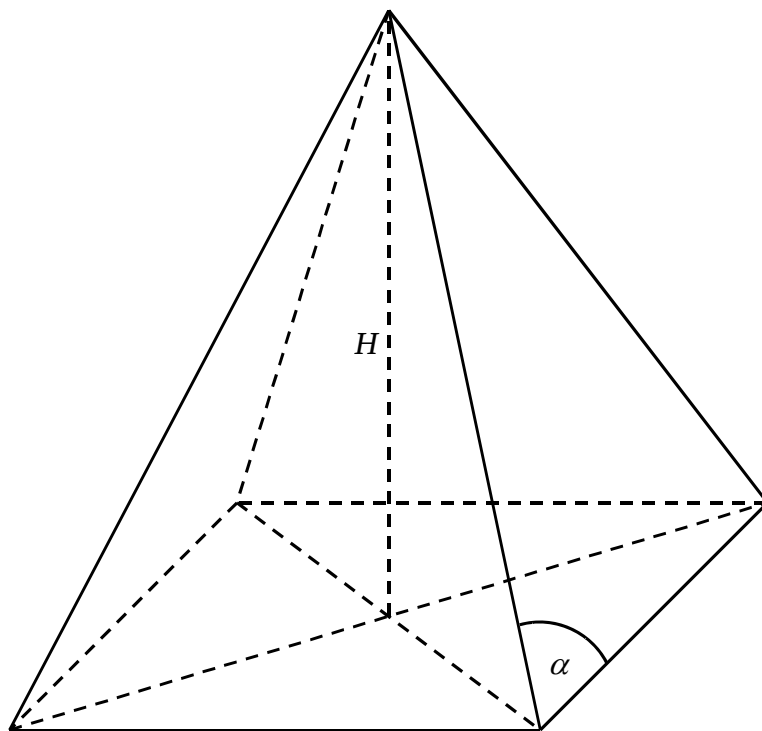
Z pewnej grupy osób, w której jest dwa razy więcej mężczyzn niż kobiet, wybrano losowo dwuosobową delegację. Prawdopodobieństwo tego, że w delegacji znajdują się tylko kobiety jest równe $0,1$. Oblicz, ile kobiet i ilu mężczyzn jest w tej grupie.

Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	10.1	10.2	10.3	10.4
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

Zadanie 11. (5 pkt)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym dane są: H – wysokość ostrosłupa oraz α – miara kąta utworzonego przez krawędź boczną i krawędź podstawy ($45^\circ < \alpha < 90^\circ$).

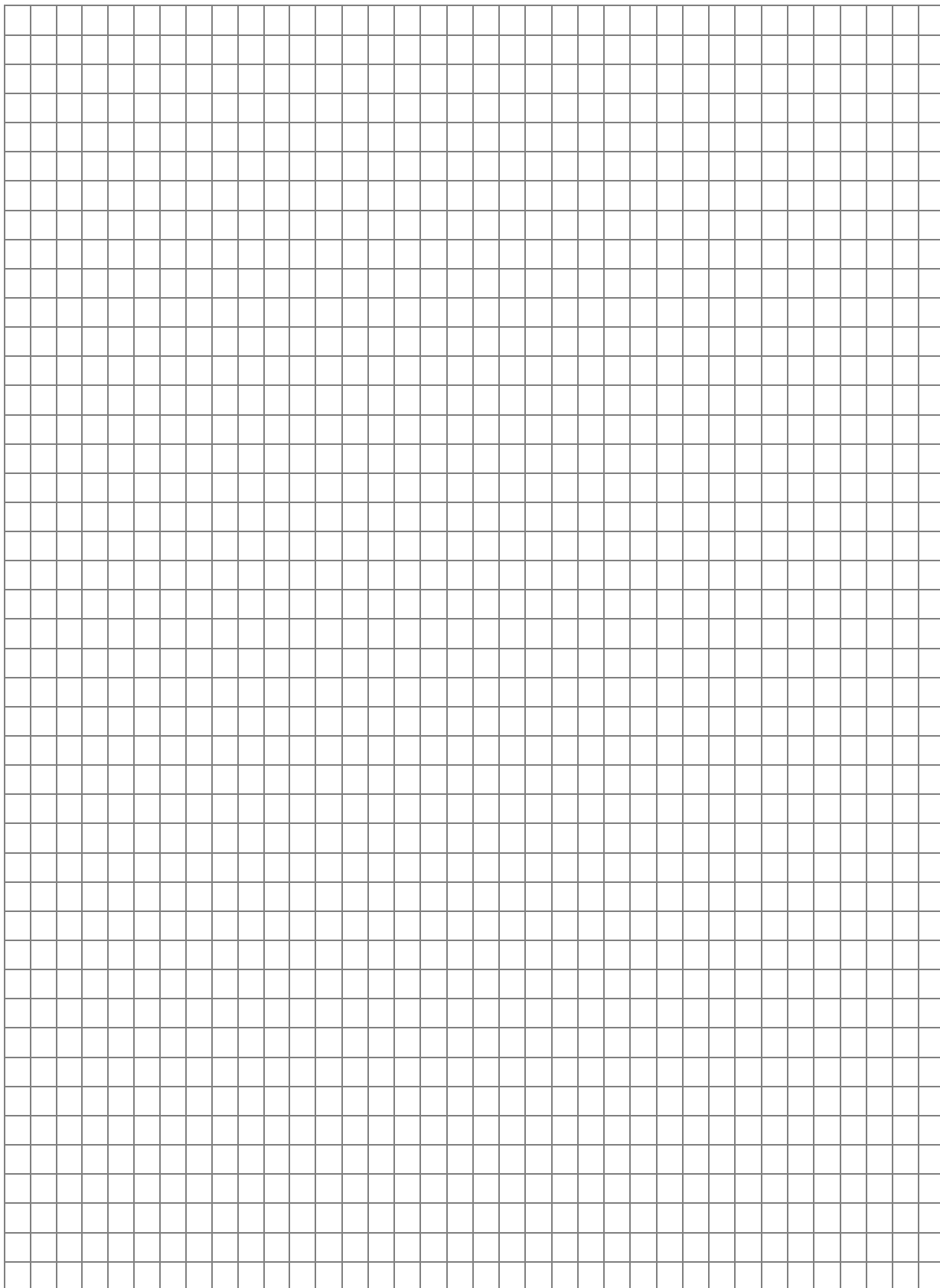
- a) Wykaż, że objętość V tego ostrosłupa jest równa $\frac{4}{3} \cdot \frac{H^3}{\operatorname{tg}^2 \alpha - 1}$.
- b) Oblicz miarę kąta α , dla której objętość V danego ostrosłupa jest równa $\frac{2}{9}H^3$. Wynik podaj w zaokrągleniu do całkowitej liczby stopni.



Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	11.1	11.2	11.3	11.4	11.5
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt					

Zadanie 12. (4 pkt)

W trójkącie prostokątnym ABC przyprostokątne mają długości: $|BC| = 9$, $|CA| = 12$. Na boku AB wybrano punkt D tak, że odcinki BC i CD mają równe długości. Oblicz długość odcinka AD .



Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	12.1	12.2	12.3	12.4
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

BRUDNOPIS