

Schemat punktowania arkusza I z matematyki

Zad 1

Opis wykonywanej czynności	Liczba punktów	Modelowy wynik etapu (czynności)
Zapisanie równania pozwalającego wyznaczyć b .	1 p	$0 = -3\sqrt{2} + b$
Obliczenie b .	1 p	$b = 3\sqrt{2}$

Zadanie 2

Opis wykonywanej czynności	Liczba punktów	Modelowy wynik etapu (czynności)
Zapisanie wzoru funkcji kwadratowej f w postaci ogólnej.	1 p	$f(x) = -x^2 + 2x + 1$
Obliczenie rzędnej wierzchołka paraboli, która jest wykresem funkcji f .	1p	$y_w = 2$
Wyznaczenie zbioru wartości funkcji f .	1 p	$(-\infty, 2)$

Zadanie 3

Opis wykonywanej czynności	Liczba punktów	Modelowy wynik etapu (czynności)
Zapisanie, że liczba miejsc w kolejnych rzędach sektora to wyrazy ciągu arytmetycznego.	1 p	np. (a_n) - ciąg arytmetyczny, $a_1 = 8, r = 2$
Obliczenie a_{22} .	1 p	$a_{22} = 50$
Obliczenie S_{22} .	1 p	$S_{22} = 638$
Obliczenie liczby wszystkich miejsc na widowni.	1 p	2552

Zadanie 4

Opis wykonywanej czynności	Liczba punktów	Modelowy wynik etapu (czynności)
Obliczenie miary kąta DBC .	1 p	$ \angle DBC = 45^\circ$
Obliczenie miary kąta ABC .	1 p	$ \angle ABC = 135^\circ$
Obliczenie miary kąta BCA .	1 p	$ \angle BCA = 22,5^\circ$
Obliczenie miary kąta ACD .	1 p	$ \angle ACD = 67,5^\circ$
Uzasadnienie, że $\cos(\angle ACD) < \frac{1}{2}$.	1 p	np. powołując się na monotoniczność funkcji cosinus $(\cos 60^\circ = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos 67,5^\circ < \frac{1}{2})$.

Schemat punktowania arkusza I z matematyki

Zadanie 5

Opis wykonywanej czynności	Liczba punktów	Modelowy wynik etapu (czynności)
Obliczenie długości r promienia okręgu.	1 p	$r = \frac{1,5}{\sin 60^\circ} = \sqrt{3}$
Obliczenie długości $x = SO $.	1 p	$x = \frac{1,5}{\operatorname{tg} 60^\circ} = 0,5\sqrt{3}$
Obliczenie długości d .	1 p	$d = 2\sqrt{3}$
Obliczenie długości h .	1 p	$h = 1,5\sqrt{3}$

Zadanie 6

Opis wykonywanej czynności	Liczba punktów	Modelowy wynik etapu (czynności)
Podanie wzoru funkcji f .	1 p	$f(x) = x \cdot (x - 3)$
Zapisanie odpowiedniego równania	1 p	$x^2 - 3x + 3 = 0$
Obliczenie wyróżnika i sformułowanie odpowiedzi.	1 p	$\Delta = -3$ brak rozwiązań

Zadanie 7

Opis wykonywanej czynności	Liczba punktów	Modelowy wynik etapu (czynności)
Zaznaczenie w układzie współrzędnych punktów ABC oraz narysowanie prostokąta $KLMN$.	1 p	
Wyznaczenie długości odpowiednich odcinków.	1 p	$ KL = 4, LB = 1, BM = 3, MC = 2$ $ CN = 2, NK = 4$
Obliczenie pola prostokąta $KLMN$.	1 p	$P_{KLMN} = 16$
Obliczenie pól odpowiednich trójkątów prostokątnych.	1 p	$P_{\Delta KLB} = 2, P_{\Delta BMC} = 3, P_{\Delta CNK} = 4$
Wyznaczenie pola trójkąta ABC .	1 p	$P_{\Delta ABC} = 7$

Zadanie 8

Opis wykonywanej czynności	Liczba punktów	Modelowy wynik etapu (czynności)
Zapisanie nierówności za pomocą której można wyznaczyć liczbę ujemnych wyrazów ciągu (a_n) .	1 p	$n^2 - 5 < 0$
Rozwiązanie nierówności $n^2 - 5 < 0$ w zbiorze liczb naturalnych.	1 p	$n \in \{1, 2\}$
Podanie liczby ujemnych wyrazów ciągu (a_n) .	1 p	2
Zapisanie warunku na to by ciąg (a_n) był ciągiem geometrycznym.	1 p	np. $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \operatorname{const}$
Obliczenie $\frac{a_{n+1}}{a_n}$.	1p	$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{n^2 - 2n - 4}{n^2 - 5}$
Stwierdzenie, że $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ zależy od n więc ciąg (a_n) nie jest geometryczny.	1p	

Schemat punktowania arkusza I z matematyki

Zadanie 9

Opis wykonywanej czynności	Liczba punktów	Modelowy wynik etapu (czynności)
Obliczenie długości odcinka $\overline{AB}$.	1 p	$ AB = \sqrt{10}$
Wyznaczenie równania prostej m .	2 p (jeden punkt przyznajemy za poprawną metodę)	$y = -3x + 5$
Wyznaczenie współczynnika kierunkowego prostej k .	1 p	$\frac{1}{3}$
Wyznaczenie równania prostej k .	1 p	$y = \frac{1}{3}x - 1\frac{2}{3}$
Zapisanie warunku na to, by środek okręgu opisanego na trójkącie ABC należał do prostej k .	1 p	np. trójkąt ABC musiałby być równoramienny, wtedy symetralna odcinka $\overline{BC}$ pokrywałaby się z prostą k (w przeciwnym przypadku są rozłączne, a środek okręgu opisanego na trójkącie musi do symetralnej należeć).
Sprawdzenie, czy środek okręgu opisanego na trójkącie ABC należy do prostej k i udzielenie odpowiedzi.	1 p	$ AC = \sqrt{20} \neq \sqrt{10}$ środek okręgu opisanego na trójkącie ABC nie należy do prostej k .

Zadanie 10

Opis wykonywanej czynności	Liczba punktów	Modelowy wynik etapu (czynności)
Obliczenie $a - b$.	1 p	$a - b = -\frac{4}{5}$
Obliczenie $a \cdot b$.	1 p	$a \cdot b = -\frac{1}{25}$
Sprawdzenie, czy $\frac{a-b}{a \cdot b} = 20$	1 p	tak
Obliczenie $\frac{a}{b}$.	1 p	$\frac{a}{b} = 4\sqrt{3} - 7$
Zbadanie znaku wyrażenia $\frac{a}{b}$.	1 p	$4\sqrt{3} - 7 < 0$
Zastosowanie definicji wartości bezwzględnej.	1 p	$\left \frac{a}{b} \right = 7 - 4\sqrt{3}$

Zadanie 11

Opis wykonywanej czynności	Liczba punktów	Modelowy wynik etapu (czynności)
Obliczenie wartości wielomianu Q dla $x = 2$	1 p	$Q(2) = 6$
Sformułowanie odpowiedzi	1 p	Liczba 2 nie jest pierwiastkiem wielomianu Q
Wykonanie dodawania wielomianów	1 p	$P(x) = x^3 - 3x^2 - 2x + 6$
Zapisanie wielomianu P w postaci iloczynu dwumianu liniowego i dwumianu kwadratowego	1 p	$P(x) = (x - 3)(x^2 - 2)$
Zapisanie wielomianu P w postaci iloczynowej	1 p	$P(x) = (x - 3)(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$